Del la libreria del Sr. Luis de G
Sevilla

ARITHMETICÆ PRACTICÆ BREVIS INSTITVTIO.

IN QVA NOVA RATIO DIVIDENDI PER TABVLAM PYTHAGORICAM ET ALIA non paſſim obuia explicantur.

OPERA

CAROLI MALAPERTII Montenſis è Societate IESV.



DVACI,
Typis BALTAZARIS BELLERI,
ſub Circino Aureo.

ANNO 1620.

IVVENTVTI MATHEMATVM STVDIOSÆ In Academia Duacena.

PROPRIA quædam laus est nostræ Mathematicæ, Iuuenes Academici, quod à principijs, ijsq; simplicissimis exorsa, in rerum difficillimarum cognitionem rectà deducat; cæteris interim disciplinis ab effectis sensu notioribus ad principia & caussas, & ab his ad effecta longo ductu regredientibus. Nostris proinde in scholis Arithmetica, quæ magnitudinem ab omni situ & positione liberam contemplatur, Geometriam, magnitudinum & partium situ iam constrictam, vt naturæ ordine & dignitate, ita etiam doctrinæ methodo antecedit. Neque verò hoc suo tantum iure ratiocinandi facultas cæteris Mathematicæ partibus anteit, sed multo etiam magis quod earum nonnullas veluti mancipio sibi habeat addictas, cæteræ autem quidquid præstant, idem ipsa expeditius conficiat, præsertim si exquisitissimam illam Arithmeticæ vim adhibeas, quã Algebram dicunt. Quid enim numeris planis & cubicis, numerorumque radicibus non mon-

ſtramus, quod aut figurarum beneficio, aut Stereometria docere Geometer poſſit? Sed quam illud admirandum, aſtrorum conuerſiones, motuumque periodos paucis numerorum tabellis ita comprehenſas teneri, vt cæleſtes illas choreas ad numerorum modos & harmoniam greſſus componere, & moderari cogamus? Cum igitur diſciplinas Mathematicas via ac ratione tradere conſtituißem, viſum eſt in primis breuem hanc Arithmeticæ praxim adornare, quæ non tantum ad reliqua capeßenda Mathemata viam præmuniret, ſed ad omnem vitæ vſum, ad priuatas publicasq; rationes prodeſſe poſſet. Quid enim homine illo impolitius atque ad omnem vitam ineptius, qui neque dati acceptiq; rationes ſubducere, neque numeros aliquot poſſit in digitos coniicere? Porro quod attinet ad eam multiplicandi partiendique rationem, quæ fit tabellæ Pythagoricæ beneficio, non eo conſilio eſt propoſita, vt methodo vſitata relicta paſſim vſurpetur: neque enim aut tabellæ illius ſegmẽta ſemper erunt ad manum, aut ab huiuſmodi adminiculis pendere Arithmeticum decet. Sentietis tamen non paruum temporis, operæque compendium ab ea praxi (quod ego non ſemel ſum expertus) ſi quando circa triangulo-

rum

rum, præſertim Sphæricorum, calculum lõgæ atque impeditæ diuiſiones erunt peragendæ. Deus Opt. Max. laborem hunc meum vobis vtilem eſſe iubeat, cui ſtudia hæc, cæteraque omnia lubens merito dico atque conſecro.

FACVLTAS R. P. PROVINCIALIS SOCIETATIS IESV.

EGo infra ſcriptus Societatis IESV Prouincialis in Prouincia Gallo-Belgica iuxta priuilegium à Sereniſſimis Principibus noſtris ALBERTO & ISABELLA eidem Societati noſtræ conceſſum, quo omnibus prohibetur ne libros ab eiuſdem Societatis hominibus compoſitos, abſque Superiorum permiſſione imprimant; facultatem do Baltazaro Bellero Typographo Duacenſi, vt librum cui titulus eſt, Commentarius in priores ſex libros Elementorum Euclidis, & Inſtitutiones Arithmeticæ practicæ CAROLI MALAPERTII è Societate IESV, ad Sex annos proximos imprimere & libere diſtribuere poſſit.

Datum Tornaci 9. Nouembris 1619.

FLORENTIVS DE MONTMORENCI.

APPROBATIO.

IN hac Arithmeticæ practicæ Institutione R. P. CAROLI MALAPERTII, nihil est quod fidei catholicæ, aut bonis moribus aduersetur.
Actum Duaci die 18. Februarij 1620.

GEORGIVS COLVENERIVS
S. Theologiæ Doctor & professor, & librorum in Academia Duacena Censor.

ARITHMETICÆ PRACTICÆ BREVIS INSTITVTIO.

De Numeratione.

CAPVT I.

NVMERVM quemlibet exprimunt Arithmetici vna vel pluribus è decem notis subiectis

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Inter quas 1 vnum significat, 2 duo, 3 tria, & sic ordine deinceps vsque ad 9, quæ significat nouem: vltima vero cyfra dici solet, quæ per se nihil significat, sed reliquis addita earum auget valorem. Solent etiam hę notæ vocari Digiti.

Ordo notarum coniunctarum.

Cum plures notæ seu digiti iunguntur ad numerum aliquem constituen-

dum, ordo talis eſt, vt prima ſit quæ vltimo ſcribitur, procedendo à dextra in ſiniſtram. Exempli cauſa in numero 1620 prima nota eſt cyfra o. ſecunda 2. &c. Ratio huius ordinis eſt, quod notæ primę ad dexteram minus recedunt ab vnitate, quæ eſt omnis numeri principiū; & in plæriſque operationibus Arithmeticis incipimus à notis primis ad dexteram vt mox apparebit.

Valor notarum coniunctarum.

Cum plures notæ ordine collocatæ numerum conſtituunt, quę primo loco poſita eſt idem valet quod ſolitarie ſumpta, ſiue, ſignificat ſuum ſimplicem numerum infra decem: ſecunda vero ſignificat ſuum numerum decies; hoc eſt, valet decies tantum, quãtum valeret ſeorſim accepta; tertia ſignificat ſuum numerum centies, quarta millies, quinta decies millies, ſexta centies millies, ſeptima decies centies millies, ſeu millies millies; & ita de cęteris ſi plures fuerint, augendo decuplo ſemper valorem cuiuſque notę ſupra valorem proxime præcedentis. Exempli cauſſa in numero

3624. nota prima 4 significat quatuor, quantum significat separata, secunda 2 significat viginti, decuplum scilicet eius quod valeret solitarie sumpta, tertia 6 significat centuplum sui numeri, hoc est sexcenta, quarta 3 significat millecuplū sui numeri seu tria millia; totusque numerus est tria millia, sexcenta, viginti, quatuor. Item numerus 604 significat sexcenta & quatuor; 30206. triginta millia ducenta & sex &c.

Praxis pro numeris maioribus.

In magnis numeris, qui propter multarum notarum seriem difficulter comprehenduntur & enuntiantur, distingue ternas quasque notas virgula interiecta, & scias in primo ad dextram ternario esse vnitates; in secundo millia; in tertio millia millium seu milliones; in quarto millia millionum; in quinto milliones millionum, &c. Exempli caussa

E D C B A.

25,485,604,236,720.

In primo ternario A sunt septingente viginti vnitates, in secundo B ducenta triginta sex millia, in tertio C sunt millio-

liones, in quarto D millia millionum, in quinto E milliones millionum &c.

E D C B A.
25,485,604,236,720.

Talis ergo numerus sic est enuntiandus; viginti quinque milliones millionum, quadringenta octoginta quinque millia millionũ, sexcẽti quatuor milliones, ducenta triginta sex millia, septingenta viginti.

Neque est quod refugiamus vocem illam barbaram *Millio*, cum apte exprimat, quod alias molesta repetitione millium sit significandum. Valet ergo vnus *Millio* idem quod decies cẽtena millia, seu millies mille: vt Millio aureorum sit decies centena millia aureorum, seu millies mille aurei.

De Additione.

CAPVT II.

ADDITIO est plurium numerorum in vnam summam collectio.

PRAXIS I.

Cum plures numeros in vnum voles colligere, scribe numeros addendos vnum sub alio, notis sibi correspondentibus.

tibus. Quod si numeri non constent pari multitudine notarum, scribantur primæ notæ sub primis, ita vt vacuitas appareat versus sinistram. Vt si dentur numeri A,B,C,D. colligendi in vnam summam, sic disponentur.

5783	A
8271	B
12	C
3	D
14069	E Summa

PRAXIS II.

Numeris apte collocatis & lineola subducta quâ distinguatur à summa colligenda, incipies in vnum colligere primas notas omnium numerorum, hoc modo; 3 & 2 sunt quinque, quinque & 1 sunt sex, sex & 3 sunt 9, quæ subscribis pro prima nota summę E, collocasq; directe sub primis notis numerorum collectorum.

PRAXIS III.

Cum numerus ex vna serie collectus pluribus notis constat, prima tantum

sub-

ſubſcribitur in ſumma, altera vero mente ſeruatur, iungenda cum notis ſeriei ſequentis. Vt in eodem exemplo ſic pergis ad ſecundas notas: *1* & *7* ſunt 8; octo & *8* ſunt 16, quem nũmerum vides gemina nota conſtare; ſubſcribis ergo priorem quæ eſt *6*, & poſteriorem 1, mente ſeruas; ac pergendo ad tertias notas dicis; *2* & 1 quod mente ſeruo, ſunt tria, tria & *7* ſunt *10*: ſubſcribis ergo o & ſeruas 1. Denique progrederis ad vltimum ordinem & dicis; *8* & 1 quod ſeruo ſunt nouem; nouem & 5 ſunt *14* quę integra ſubſcribis: ſemper enim vltima collectio ſubſcribitur integre. Fit ergo ſumma E *14069*.

5 7 8 3 A		
8 2 7 1 B		2 G
1 2 C		2 F
3 D		
1 4 0 6 9 E Summa		

EXAMEN I.

Cum explorare voles an recte abſoluta ſit additio, collige in vnum quocunque placuerit ordine notas ſummæ, & abiice

abijce nouem quoties supra 9 numerus excrescit; quod vero post vltimam abiectionem superest, annota. Idem fac percurrēdo notas numerorum additorum, & si post vltimam abiectionem ipsorum nouem, totidem manent quot manebant ex summa, recte habet additio facta; sin secus, male. Vt in superiore exēplo percurrendo summam, 4 & 1 sunt 5, 5 & 6 sunt 11, & abiectis 9 sunt 2, cumque nihil supersit nisi cyfra & 9 quæ sunt abijcienda, annoto 2 vbi F. Similiter abijcio 9 ex notis numerorum A, B, C, D. & deprehendo post vltimam abiectionem manere etiam 2, quæ noto vbi G, & colligo recte peractam esse additionem.

EXAMEN II.

Subtrahe vnum quemlibet numerum puta A ex summa E (vt docebitur capite sequenti) & quod remanebit iunge per additionem ad reliquos numeros B, C, D: nam si legitima fuit prima additio, prodibit iterum summa E, in hac secunda additione.

De Subtractione.

CAPVT III.

SVBTRACTIO est minoris numeri e maiore subductio. Interueniunt ergo tres numeri in hac operatione. Maior ex quo fit subtractio, Minor subtrahendus, & residuus qui manet post subtractionem.

PRAXIS I.

Colloca numerum subtrahẽdum sub maiore, primis vtriusque notis sibi respõdentibus vt in Additione, praxi prima diximus. Vt si ex *240* subtrahenda sint *30* ita stabit exemplum.

240.	A Maior numerus
30.	B Subtrahendus
210.	C Residuum

PRAXIS II.

Numeris dispositis & lineola subtensa aufer primam notam numeri subtrahendi, ex notis desuper respondentibus, hoc modo, cyfrâ sublatâ ex cyfra manet

net nihil seu cyfra, sub primis notis in C notanda. Deinde 3 ex 4 relinquunt 1 quod noto suo loco; ac denique quia ex vltima notâ maioris numeri nihil est subtractum ea in residuo scribitur integra. Est ergo residuum 210.

PRAXIS III.

Cum nota aliqua numeri subtrahendi auferri nequit ex superiore correspondente in maiore numero, decem mutuo sunt sumenda ex nota sequenti; ideoque sequens nota minor vnitate erit estimanda quam re vera sit. Vt in exemplo adiuncto sic procedes. 7 ex 6 auferri non possunt; quare accipio mutuo vnitatem ex nota sequenti quæ est 4 & dico 7 ex 16 relinquunt 9 quæ subscribo.

46	A
27	B
19	C

Deinde 2 ex 3 (nam propter commodatam vnitatem 4 fiunt 3) relinquunt 1 quæ subscribo & facta est subtractio.

Perin-

Perinde feceris siue propter decem assumpta mutuo, minuas sequentem notam numeri superioris vt iam factũ est; siue notam sequentem numeri subtrahendi augeas vnitate. Vt si exempli caussa ita procedas. 7 ex 6 non possum; traho igitur a 10 & manent 3, cumque additis 6 fiunt 9 subscribẽda. Deinde propter assumpta 10 sequens nota 2 fit 3 quæ subtracta à 4 relinquunt 1. Estque hæc praxis sepe priore commodior vt apparebit in ipso vsu.

Similiter assumes 10 si occurrant vna vel plures cyfrę in numero maiore, ex quibus nihil potest subtrahi; donec venias ad notam significatiuam cui detrahetur vnitas propter decem assumpta. Verbi caussa in hoc exemplo sic procedes.

800037	A		0
216	B		0
799821	C		

6 a 7 relinquunt 1; 1 a 3 relinquunt 2. Nunc vero quia a cyfra nihil potest detrahi accipio cyfram quasi 10, & 2 auferendo ex 10 manent 8. Amplius quia sequens

quens cyfra pro decem ęstimanda esset, sunt autem mutuo assumpta decem, sumenda erit cyfra pro 9, & ipsa 9 subscribēda; idemque rursus faciendum pro sequenti & subscribenda similiter 9. Vltima vero nota quæ est 8 pro septem accipienda est, & subscribenda 7, sicque perfecta est subtractio.

EXAMEN I.

Abijce 9 quoties potes ex maiore numero A, similiter ex duobus reliquis numeris B & C: quod si ex maiore numero idem manet, quod ex duobus reliquis simul sumptis, bona fuit subtractio. Vt in exemplo proxime allato, nihil manet vtrobique; vnde colligas recte institutam operationem.

EXAMEN II.

Collige in vnum per additionem numerum detrahendum B, & residuum C, eritque summa additionis numerus maior A, si bona fuit ante subtractio. Id in exemplo videre licet.

216.	B
799821	C
800037.	A

De Multiplicatione.

CAPVT IV.

MVLTIPLICATIO est sumptio vnius numeri toties, quoties in altero continetur vnitas. Vt multiplicare 6 per quatuor, est toties sumere 6 quoties vnitas continetur in 4. Quatuor autem genera numerorum occurrere possunt in vna multiplicatione: A numerus multiplicandus, B numerus multiplicãs, C producti partiales, qui interueniunt cum multiplicans constat pluribus notis, D productus totalis.

PRAXIS I.

Vtrum voles numerorum qui inter se multiplicandi sunt, colloca superius, & infra alterum notis primis sibi respondentibus, vt in additione & subtractione praxi 1. Commodius tamen erit maiorem e duobus numerum facere superiorem, vt si sint inter se multiplicandi, A per 315 B 24 ita stabit exemplum.

315.	A	Multiplicandus.
24.	B	Multiplicans.
1260.	C	Producti partiales.
630	D	
7560	E	Productus totalis.

PRAXIS II.

Multiplica primam superioris cum prima inferioris,& dic; quinquies 4 sunt 20, subscribis ergo 0, & seruas 2 vt in additione. Pergis per eandem notam inferioris multiplicare sequentes superioris, & dicis: quater 1 sunt 4,& duo, quæ seruo sunt 6, quæ subscribis. Amplius, quater 3 sunt 12, quæ vltima multiplicatio est per primam notam,& integra subscribenda.

Similiter per secundam notam ipsius B, quæ est duo, multiplicas notas omnes numeri superioris, & dicis bis 5 sunt 10; seruo igitur 1 & scribo cyfrã sub ipsa nota multiplicãte 2, non sub 5; quod diligẽter est obseruandũ: semper enim quod prodit per primã vnius notę multiplicatione sub ipsa nota multiplicãte scribendũ est. Deinde bis 1 sunt 2 & vnum quod seruo faciunt 3. Denique bis 3 sunt sex quæ subscribo.

His peractis colligo productos partiales per additionem in summam E,& peracta est multiplicatio.

PRAXIS III.

Si occurrant cyfræ initio numeri multiplicantis, aut multiplicandi, aut vtriusque, omittendæ omnes erunt, & instituenda multiplicatio vt si abessent. Verum post multiplicationem omnes vtriusque numeri apponēdę sunt ad productum. Vt in exemplo subiecto, duæ cyfræ multiplicandi, & vna multiplicantis additæ sunt ad productum totale.

32600
340
1304
978
11084000.

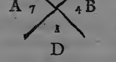
PRAXIS IV.

Si occurrant cyfræ interpositæ alijs notis numeri multiplicātis, possunt pręteriri. Memineris tamen productum per multiplicationē notę sequentis debere retrocedere, nec esse collocandum sub cyfra, quod vides obseruatum in exemplo subiecto, vbi 6 in producto secundo partiali ponitur sub 2, non sub 0.

```
   423
   206
 -----
  2538
 846
 -----
 87138
```

PRAXIS V.

Si erunt cyfræ in medio numeri multiplicandi, eæ in producto notabuntur; nisi forte aliquid manserit ex prioris notę multiplicatione quod loco cyfræ notetur. Vtrumque obseruare licet in adiecto exemplo: nam prior cyfra numeri multiplicandi notatur in producto; non autem posterior, quia ex multiplicatione notę præcedentis aliquid seruabatur, quod notatum est loco cyfræ.

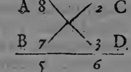



```
 80602
     4
------
322408
```

PRAXIS VI.

Si quando Tyronibus non ita promptum est colligere quem numerum fa-

ciant duæ notæ inter se multiplicatę, puta sexies 7, octies 9: vti possunt hac arte. Scribatur vna nota sub altera vt A, B, & ad latus notetur quantum vtraque distet à 10, vt C, D, non i. e distantiæ C & D inter se multiplicétur, sub quibus notetur productum, subtrahatur denique distantia alterutra a nota altera cuius nõ



est distantia, ab ea inquam, quæ per crucem opponitur, vt C a B, vel D ab A, & residuum notetur & habebitur quæsitum. Vt in hoc exemplo octies septem sunt 56. Est & alia praxis per tabulam Pythagoricam de qua capite sequenti.

EXAMEN I.

Abijce 9 ex multiplicando, & residuũ nota, idem fac in multiplicante, & per residuũ huius multiplica residuum numeri prioris, ex producto autem abiice rursus 9 & residuum annota. Ex summa deinde abiectis similiter 9 si tantundem

manet

manet quantũ ſuperfuit ex producto reſiduorum, bona fuit operatio. Res fiet clarior in exemplo proxime allato, in quo ex numero multiplicando poſt abiecta 9 manent 7, quæ annoto in ſiniſtra parte crucis vbi A. Deinde quia in multiplicante non ſunt niſi 4 ex quibus nõ poteſt abiici 9, ea ipſa 4 ſcribo in parte crucis oppoſita vbi B. Multiplico deinde 7 per 4 & fiunt 28, ex quibus reiectis 9 manet 1, quam notam pono in ſuperiore parte crucis vbi C. Poſtremo ex producto abijcio 9, & ſupereſt etiam 1 quod colloco vbi D. ac ſimul quia æquales numeri ſunt C & D intelligo recte factam multiplicationem propoſitam.

EXAMEN II.

Diuide productũ totale per multiplicantem numerum, & in quotiente prodibit numerus multiplicandus, ſi bona fuerat multiplicatio. Aut ſi idem productum diuiſeris per multiplicandum, exibit Multiplicans. Sed de diuiſione dicetur capite 6.

DE TABVLA PYTHAGORICA *eiuſque nouo quodam vſu ad omnem multiplicationem.*

CAPVT V.

TABVLA quam ab auctore Pythagoricam dicunt, eſt ſeries numerorum multiplorum ſub ſuis ſimplis ordine collocatorum; quę quidem in infinitum, vt numeri ipſi, poſſet extendi, ſed plerũque non vltra 9 diducitur. In ſupremo igitur ordine huius tabulæ collocantur notæ Arithmeticæ 1, 2. &c, vſque ad 9. & ſub ſingulis ponitur duplum, triplum, &c vſque ad nouécuplũ: quemadmodũ videre licet in propoſita tabula ABCD.

A B

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

C D

vſus

Vſus tabulæ eſt ad promptam multiplicationem duarum inter ſe notarum ſeu digitorum; nam ſi vnus quæratur in laterali ordine AC & alter in ſupremo AB, deſcendaturq; vſque ad ſeriem notę lateralis, in ea ipſa erit numerus productus per multiplicationem illarum inter ſe notarum. Exempli cauſſa quero quot ſint 8 in 9 ducta, ſeu octies nouem. Accipio igitur in laterali ordine 8 vbi C, & in ſupremo 9 vbi B & ſub hoc deſcendo vſque ad ordinem ipſius C, hoc eſt vſque ad D ibique inuenio 72 & hic eſt numerus quæſitus nam octies 9 ſunt 72.

Atque hic vſus tabulę Pythagoricæ paſſim traditur. Eſt tamen alia quædam ratio per tabulam hanc pythagoricam mobilem expedite admodum multiplicationem non duarum tãtum, ſed quotuis etiam notarum perficiendi: Mobilẽ autem hanc tabulã voco ſi exciſæ eſſent ſingulæ columnæ, & à ſe mutuo ſeparatæ tranſponi pro lubito poſſent ad quemuis numerum in ſupremo ordine collocandum; nam ſi columna AC & ceteræ omnes eſſent exciſæ poſſem earum tranſpoſitione

ſitione quemlibet numerum in ordine AB collocare; qui conſtaret ijs notis quæ in ordine AB continentur; ſed quia numeri plerumque eaſdem notas habẽt pluries repetitas; oportet plures eſſe paratas vniuſcuiuſque notæ columnas, vt beneficio huius tabulæ mobilis quilibet numerus in ſuprema ſerie poſſit exhiberi.

Praxis I.

Præparatio tabulæ Pythagoricæ mobilis.

Parẽtur ex ære, charta ſolida, aut materia alia idonea laminæ tenues & oblõgæ, quæ in nouem quadrata æqualia poſſint diuidi, ipſa vero quadrata ſecentur in duo triangula ductis diametris à ſiniſtra ſurſum in dextram. In ſupremo deinde triangulo dextro ſcribatur nota aliqua tabulæ Pythagoricæ, & ſub ea omnes numeri multipli, vt ſupra in tabula A,B,C,D, factum vides.

Hoc tantũ obſeruabis, vt cum multiplum alicuius notæ excreſcet ad 10 aut vltra, ſingulæ notæ in diſtinctis triangulis ſcribãtur, vt apparet in typo ſubiecto.

Cum

A	B	
1	2	
2	4	
3	6	
4	8	
5	1/0	
6	1/2	
7	1/4	
8	1/6	
9	1/8	

Cum vero duæ facies futuræ ſint in quaque lamina, ſcribentur in vna quaque duo digiti diuerſi. Exempli cauſſa in vna ſcribentur notæ 1. 2. cum ſuis multiplis ordine deſcendentibus, eritque facies anterior A, poſterior B. In ſecunda lamina continebuntur digiti 3, & 4. In tertia 5 & 6; in quarta 7 & 8, in quinta 9 & 0, locis omnibus. Suffecerit vero ſex vniuſcuiuſque formæ habere ad maximas etiam diuiſiónes & multiplicationes peragendas. Erunt igitur parandæ

ſex ſimiles primæ AB, ſex aliæ ſimiles ſecundæ &c. vt vniuerſim ſint 30. Plures qui parauerit, hoc erit ad omnem operationem inſtructior.



Parabitur deinde angulus rectus in quo diſponi laminæ poſſint, vt apte inter ſe plurium quadrata recto ordine reſpondeant, eiuſdéq; anguli latus vnũ in 9 areolas ſecabitur æquales laminarũ quadratis, adſcriptis numerorum notis, vt hic vides notatum angulũ EFG, in quo ſunt diſpoſitæ quatuor lamellæ A,B,C,D.

PRAXIS II.

Additio numerorum in tabula Pythagorica.

SI quæ exigua difficultas occurret in multiplicatione per has lamellas, ea erit in colligendis numeris cuiusque ordinis quorum numerorum additio sic peragetur. Quia iussimus quadrata laminarum spatia diametris diuidi, ideo cum plures coniungentur, ex dimidijs duarũ spatijs fient quadrangulæ illæ figuræ quas Geometræ Rhomboides dicunt; & quæ in vna huiusmodi figura continentur notæ conflandæ sunt in vnum, cum numeri per lamellas dispositi in vnam summam erunt colligendi. Exempli caussa in laminis A,B,C,D, superius dispositis sunt in supremo ordine Rhõboides tres, vnus in quo est 7. secundus in quo 6, tertius in quo 1. & totidem alij sunt in sequentibus ordinibus.

Cum ergo voles addere in vnum numeros cuiusque ordinis, puta ordinis secundi HK, incipies à dextra in sinistram, seu ex K in H procedendo. Habes igitur in primo triangulo iuxta K notam 6, quã scri-

scribis primo loco ad dextrã: habes deinde in primo Rhomboide 2 & 1 quas notas coniungis in vnam & fiunt 3. In secundo Rhomboide sunt 2 consequenter scribenda, in tertio 4 & 1 quę faciũt 5, ac denique in vltimo triangulo est 1 scribendum vltimo loco. Est ergo summa ex toto ordine H K collecta 15236.

Quãdo autem notę vnius Rhomboidis vltra 9 progressæ, non possunt vnica nota comprehendi, tunc, vt fit in Additione, scribitur etiam hic nota prior & vnitas in mente seruata sequenti Rhõboidi aut triangulo adiungitur. Exempli caussa si colligantur in vnum numeri ordinis L M. Ex primo triangulo iuxta M colligo 4; ex primo Rhombo, 8 & 6, quæ faciunt 14; scribo igitur 4, & seruo 1. Deinde in secundo Rhomdoide sunt 8, & 1 quod seruabam sũt 9, quę adscribo: in tertio Rhombo, 6 & 4 sunt 10, scribo cyfram & seruo 1: deinde in vltimo triangulo sunt 5, & 1 quod seruabam sunt 6. Est ergo summa ordinis L. M. 6094.

Hunc modum colligendi numeros à dextra in sinistram tamdiu tenebis, donec

nec medico vſu id cõſequaris vt iam numeri tibi non ſint per partes exſcribẽdi, ſed poſſis prompte totum vnum ordinẽ legere, & lectum tranſcribere. Non enim difficile eſt à ſiniſtra in dextram progrediẽdo additiunculas illas mente peragere, & cum duæ notæ vltra 10 excreſcunt, vnitatem refundere in Rhomboidem aut triangulum præcedens. Sic in ordine HK leges quindecim millia ducenta triginta ſex, &c.

PRAXIS III.

Multiplicatio per hanc tabulam mobilem.

Numerus multiplicandus conſtituatur in ſupremo ordine laminarum, deinde ſingulis notis numeri multiplicantis quæratur correſpondens in notis Romanis anguli EFG, nã in eo ordine erit productum totius numeri per quamuis notam multiplicati. Colligentur ergo per praxim præcedentem omnes numeri illius ordinis, & ſub numero multiplicante ſcribentur, vt fit in vſitata multiplicatione.

Res

Res in exemplo erit clarior. Proponatur numerus 7618 per 28 multiplicandus, colloco ergo in angulo I EFG lamellas A, B, C, D quæ illum numerum multiplicandum exhibent in supremo ordine.

7618
28
60944
15236
213304

Deinde in latere EF anguli EFG quæro IIX primam notam numeri multiplicantis, quam inuenio in L, ordo ergo LM, est multiplicatio totius numeri 7618 per 8: Quare colligo per additionẽ praxis superioris & transcribo hunc numerum, collocandum vt in multiplicationis forma vsitata. Postea quæro in eodem latere EF secundam notam numeri multiplicantis quæ est 2, & transcribo ordinem HK illi notæ II respondentem. Colligo denique partiales numeros productos in vnam summam per additionẽ more solito, & perfecta est multiplicatio, vti supra exhibetur,

De Diuisione.

CAPVT VI.

DIVISIO est partitio numeri in aliquot suas partes. Ad quam perficiendam tres numeri occurrunt, Diuidendus, Diuisor & Quotiens: ita barbare vocamus numerum inuentum per diuisionem, qui indicat quoties contineatur diuisor in diuidendo.

PRAXIS I.

Numerum diuidendum, qui est necessario maior, superiore loco constitue, & sub eo diuisorem, notis sinistris sibi respondentibus, contra quem factũ est in præcedentibus operationibus. Exempli caussa, si diuidenda sint 78, per 6. diuisor 6 non sub 8 sed sub 7 primo collocabitur hoc modo, 78 (
6
Quod si applicando diuisorem primæ notæ numeri diuidendi, desuper respondentes non constituerent numerum maiorem ipso diuisore, tunc diuisor non sub prima, sed sub secunda nota primum collocandus est

vt si erunt diuidenda 216 per 6. ita stabit exemplum. 216(
6

PRAXIS II.

Numeris rite positis aduerte quoties diuisor contineatur in notis sibi superpositis, & quoties continebitur tantum numerum, colloca post virgulam curuam qui locus est Quotientis. Numquã autem diuisor in numero superposito continebitur plusquam nouies, ac propterea Quotiens numquam erit ponendus maior quam 9. Deinde per Quotiẽtem multiplica diuisoris singulas notas (si plures fuerint) & productum subtrahe ex notis numeri diuidendi quæ sunt supra diuisorem, residuoq; supra easdem notas diuidendi numeri annotato transuersa linea confige tam diuisorem quam notas supra positas. Vt in exemplo allato, primum quæro, quoties 6 in 21 inuenio esse ter, pono ergo 3 in quotiẽte post lineolam curuam. multiplico deinde 6 per 3 & fiunt 18, (quæ vel mente

3
~~2~~~~1~~6 (3
~~6~~
18 A

reti-

retineo, vel scribo sub 21 vbi A) quibus subtractis ex 21 manent 3 annotanda supra 1, & confixis notis circa quas fuit operatio, peracta est diuisoris prima applicatio. Quatuor hæ operationes vsurpandæ in diuisione continentur ordine in hoc versu.

Quere quotum, quo multipilces, dein subtrahe, dele.

Examen post singulas applicationes diuisoris.

Si inter operandum post factam multiplicationem diuisoris per Quotientẽ non possit fieri subtractio, nimis magnus Quotiens est acceptus, & iteranda operatio. Vt si in exemplo superiore sumpsissem 4 pro Quotiente, multiplicando 4 in 6 fierent 24, quæ ex 21 detrahi nequeunt. Alius ergo minor Quotiens assumendus est, nimirum 3.

Si autem post factam subtractionem maneret supra diuisorem maior numerus ipso diuisore, scias sumptũ esse Quotientem iusto minorem; qui error si contigeret, diuisor quoties poterit subtra-

hi ex eo quod remāſit, & quoties ſubtrahetur totidem vnitatibus augendus erit Quotiens: vt ſi eodem exemplo ſumpſiſſem 2 pro Quotiente, operatio proceſſiſſet vt vides; & ſupra diuiſorem mãſiſſent 9, qui numerus maior eſt ipſo diuiſore 6, quia ergo ex 9 poteſt ſemel extrahi 6, Quotiens 2, in 3 debet commutari, & ex 9 ſubtractis ſemel 6 manebunt 3, eritq; correctus error.

```
  3
  9
 2̸ 1 6 ( 2̸ 3
  6
```

PRAXIS III.

Peracta & examinata prima applicatione, promoueatur diuiſor vnâ notâ verſus dextram, quæratur Quotiens, fiat multiplicatio, ſubtractio, confixio notarum vt prius: quo eodem modo procedetur ad cæteras omnes applicationes ſi plures erunt neceſſariæ, donec diuiſor vltimę notę numeri diuidendi fuerit applicatus. Vt in exemplo ſupra adducto, promoueo diuiſorẽ, & quæro quoties 6 in 36 quæ ſuperſtãt; inuenio autẽ contineri ſexies, erit ergo Quotiens huius applicationis 6 quod adſcribatur priori Quo-

Quotienti. Deinde per Quotientem 6 multiplico diuiforem 6, & fiunt 36 quæ fubtracta ex 36 fuperpofitis nihil relinquunt; configo igitur omnes notas, & manet Quotiens 36, qui indicat diuiforem 6 contineri trigefies fexies in numero diuidendo 216. atque adeo fi fuiffent 216 aurei in 6 milites partiendi, vnicuique militi obtingerent 36 aurei.

3
216 (36
66

Quod fi poft vltimam applicationem maneret aliquid fupra diuiforem, id iuxta Quotiẽtem ponetur fupra lineolam, infra vero collocabitur diuifor, vt fiat numerus fractus. Exempli gratia, fi fuiffent diuiden-di 215 aurei in fex illos milites, prima applicatio eodem quo prius modo proceffiffet; in fecunda vero fumendus effet Quotiens 5, deinde multiplicando 6 in 5 fiunt 30, quæ fubtracta ex 35 relinquunt 5, ponatur ergo 5 fupra lineolam, & infra diuifor 6, eritque numerus fractus de quo dicetur capite 8.

3
215 (35 $\frac{5}{6}$
66

PRAXIS IV.

Cum diuisor pluribus notis constabit eadem erit operãdi methodus, nisi quod maior quędam cautio adhibenda est in deligendo Quotiente, & ratio habenda non tantum vnius notæ in diuisore, sed etiam sequentium, cum quærimus quoties diuisor in diuidendo contineatur. Exempli caussa, si sint diuidenda 20108 per 135. Collocato diuisore sub diuidendo, possem quidem primam notam diuisoris habere bis in nota superposita, & sumere pro Quotiente *2*, nisi per Quotientem 2 totus diuisor esset multiplicandus, Posse ergo multiplicare *2* in *1*, & subtrahere ex *2* quæ superstant; sed cum deberem multiplicare *2* in 5, & in *3* eorum producta ex notis superpositis non possent subtrahi. Quare non possum sumere Quotientem 2 vt permittit prima nota, sed habenda ratio sequentium, quæ non permittunt me sumere plusquam 1 pro Quotiente. Sumo ergo 1 pro Quotiente & pergo, ac dico; 1 in 5 sunt 5, quæ ex 1 superposito subtrahi nõ pos-

ſunt: traho igitur a *10* & manent *5* quibus adiecto 1 fiunt *6* ſuperſcribenda: & quia aſſumpſi mutua *10*, debeo vnitatem detrahere ex nota ſequenti quæ eſt 0; quia ergo a cyfra non poſſum, rurſus traho ex 10 & manent *9* ſuperſcribenda: ſed nota ſequens *2* propter aſſumpta *10* fit 1. Deinde pergo; *1* in 3 ſunt 3 quæ ſubtracta ex *9* relinquunt *6*; denique 1 in 1 eſt 1, & ſubtractum ex 1 nihil relinquit; manent ergo *66* poſt primam applicationem abſolutam.

```
  6
 x96
 zφr08 ( 1
 x3x
```

Poſſet etiam procedi hoc modo breuius, 1 in *5* ſunt *5*, quę ſublata ex 10 relinquunt 5, & addito *1*, fiunt *6* ſuperſcribenda; 1 in 3 ſunt *3*, & propter aſſumpta *10* ſunt 4, quæ ex cyfra tolli nequeunt, traho ergo a 10 & manent *6*: denique 1 in 1 eſt 1, ſed propter aſſumpta *10* fiunt 2, quę ex *2* nihil relinquunt. Vides ergo iterum mãſiſſe *66*. vt prius.

```
 66
 zφr08 ( 1
 x3x
```

Hęc methodus poſterior facit ſubtractionem iuxta poſteriorem partem praxis 3 cap. 3. vbi propterea monuimus hãc

 viam

viam sæpe esse expeditiorem, etsi plus aliquid attentionis requirit. Promoueo ergo diuisorem vnâ notâ, hoc est, vt vltimá eius nota, quæ est in nostro exemplo est 5, promoueatur ad notam vlteriorem quæ est in exemplo cyfra, reliquæ vero scribentur sub notis prima operatione confixis. Promoto inquam sic diuisore, quæro quoties diuisor contineatur in notis superpositis, quæ in exemplo sunt *660*, aduertoq; contineri quater Sumo ergo pro quotiente *4* & dico, *4* in *5* sunt 20, cyfra a cyfra nihil aufert, 2 a *6* relinquunt 4, 1 a *6* relinquit 5. Amplius 4 in *3* sunt 12, duo a 4 relinquũt 2, 1 a *6* relinquit 5. Deniq; *4* in 1 sunt *4*, quæ a *5* relinquunt 1, & sic absoluta manet secunda applicatio post quã manent 12 supra diuisorem.

12
54
66
2018 08 (14
1355
13

Venio ad tertiam applicationem, & quæro quoties 135 in 1208 quæ superstãt; aduertoq; contineri octies, sumo ergo pro Quotiente huius applicationis *8* & pergo. 8 in *5* sunt *40*, cyfra ex *8* nihil tollit

lit, 4 ex cyfra nõ possum, traho igitur ex *10* & manent *6*, vnde propter assumpta *10*, nota *2* quæ sequitur fit *1*. Deinde *8* in *3* sũt *24*, 4 ex *6* relinquunt 2, 2 ex 1 non possum, traho ex *10* & manent *8*, quibus addẽdo 1 fiunt *9*, & propter assũpta 10, nota *1* quæ sequitur est delenda. Denique 8 in 1 sunt 8 quæ ex 9 relinquũt 1. Sicq; peracta est vltima applicatio post quã manent *128* supra diuisorẽ, quæ scribenda sunt supra lineolam, vt supposito diuisore fiat numerus fractus, quemadmodum vides in exemplo.

```
   1
   9
   1
  12
  542
  666
 20108 (148 128/135
 13555
  133
   1
```

PRAXIS V.

Si facta aliqua promotione diuisoris supra diuisorem positæ notæ ne semel quidem contineant diuisorem, in quotiente ponatur cyfra, & longius diuisor promoueatur, nulla nota in diuidendo expuncta. Verbi caussa, si sint diuidenda *5039* per *24* postquam facta applicatione secunda inuenio tantum supra diuisorem

ſorem 23, quæ ne ſemel quidem continet diuiſorem, pono in Quotiẽte cyfram, & promoueo diuiſorem, reliquaque perficio iuxta ante dicta.

	2
	8939 (20
	234
	2

Quod ſi ea applicatio eſſet vltima in qua ſupra diuiſorem inuenitur minus ipſo diuiſore, ponatur vltimo loco in quotiente cyfra, & notæ in diuidendo relictæ collocabuntur vt ſupra dictum eſt in ſuperiore parte numeri fracti quod vides in exemplo.

	1
	694 (20 $\frac{14}{34}$
	344
	3

PRAXIS VI.

Si vna vel plures cyfræ fuerint in fine diuiſoris, auferentur; tollenturque totidem notæ poſtremæ ex diuidendo, & inter remanentes notas peragetur diuiſio. Notę autem ablatæ ex diuidendo addentur ad eas quæ forte manſerint pro numero fracto: aut ſi nihil manſiſſet, ſolæ ponentur in ſuperiore parte numeri fracti; cyfrę quoque ablatæ diuiſori conſtituen-

stituentur, cum quibus de more collocabitur pro inferiori parte numeri fracti. Exempla vides hic subiecta in quibus

```
12                  x
7749(25 49/100     9266(23 66/400
300                 400
 3                   4
```

notę cum subtensis lineis auferendę sunt ante diuisionem.

PRAXIS VII.

Si diuisor sit vnitas cum vna vel pluribus cyfris, totidem primæ notæ numeri diuidēdi erunt Quotiens quot sunt notæ in diuisore, reliquę vero ponentur in superiori parte numeri fracti, vt factum vides in exemplo.

```
42591(425 91/100
100
```

PRAXIS VIII.

Si fuerint cyfræ in fine numeri diuidendi, & antequam applicari possit diuisor ad omnes cyfras nulla remaneat nota significatiua, cyfræ remanentes addantur ad Quotiētem, vt videre est in exemplo, in quo cyfræ

```
 x6
36000(2400
 188
 x
```

linea

linea ſubducta notatæ adiectæ ſunt quotienti.

PRAXIS IX.

Diuiſio minoris numeri per maiorem.

Si quando detur numerus minor per maiorem diuidendus, facienda eſt fractio, in qua diuidẽdus ſupra lineolam, & diuiſor infra collocetur: nam hic numerus fractus erit quotiens propoſitæ diuiſionis. vt ſi ſint diuidenda 4 per 8 quotiens erit $\frac{4}{8}$; ſi 91 per 100 quotiens erit $\frac{91}{100}$ de quorum valore dicemus capi. 8.

Quod ergo poſt diuiſionem adiungitur plerumque quotienti, non eſt aliud quã diuiſio minoris numeri per maiorẽ.

EXAMEN I.

Reijce 9 ex diuiſore, & reſiduum nota in ſiniſtro crucis latere; reijce item ex quotiente, & hoc reſiduum cum priore multiplica, producto iunge notas quæ ſuperfuerunt, & ex ijs aufer etiam 9; quodque ſupererit ſcribe in ſuperiore parte crucis. Denique etiam ex numero diuidendo abijce 9. & reliquam in inferiore

2		27
6	3	25
298	7 ✕ 0	135
696 (27 $\frac{21}{25}$	3	54
288		21
2		696

feriore parte crucis adſcribe, quod ſi cũ ſuperiore conſentit recta fuit diuiſio. Exemplum hic vides.

Examen II.

Multiplica inter ſe diuiſorem & quotientem, & productis partialibus iunge notas relictas ex diuidendo, ſi quæ ſuperfuerunt omnia deinde per additionẽ collige, & prodibit numerus diuidendus ſi recta fuit operatio. quod obſeruare eſt ſupra; in quo exemplo notæ 21 ſunt ex diuidendo relictæ.

Quid faciendum cum numero ex diuiſione relicto.

Dicemus quidem accurrate de numero fracto cap. 8. quia tamen multi fractiones refugiunt vt ſcopulos quoſdam, vano

vano difficultatum metu exterriti; Iubet hoc loco ostendere quomodo sine fractionibus reliquum illud diuisionis possit perfici. Numerus ergo integrorum qui relinquitur post diuisionem, per minorem aliquam mensuram est multiplicandus, & producto applicandus diuisor, prodibit enim numerus partium, qui singulis vnitatibus diuisoris competit. Vt in exemplo examinis, fac 696 florenos in 25 pauperes esse diuidendos; obuenient singulis 27 floreni, & supererunt floreni 21 diuidendi in eosdem pauperes. Cùm ergo in vnoquoque floreno contineantur 20 asses, multiplicentur floreni 21 per 20 asses, fientque 420 asses, quos diuido per 25, & fit quotiens 16 $\frac{20}{25}$ debent ergo dari singulis pauperibus 16 asses præter 27 florenos. Et quia ex posteriore diuisione manserunt 20 asses non diuisi, multiplico 20 asses per numerum denariorum qui in asse continentur nimirum per 24, & fiunt 480 denarij. Hos diuido rursus per 25 fit Quotiens 19 $\frac{5}{25}$ quare præter flore-

nos

nos & asses debentur insuper singulis pauperibus 19 denarij, & supersunt quinque denarij quos non est operæpretium in 25 diuidere. Simili modo procedetur in aliis mensuræ generibus. Vt, si erat ager viritim diuidendus in eodem illo exemplo, & mansërint 21 perticę non diuisæ, pertica diuidetur in pedes, pes in palmos, palmus in digitos, & minoribus mensuris applicabitur diuisor, vt iam fecimus.

De Diuisione per mobilem tabulam Pythagoricam

CAPVT VII.

MVLTO facilior est diuisio per lamellas tabulæ Pythagoricæ, quarum beneficio certius inuenitur Quotiens, in quo fere momentum bonæ diuisionis est positum, & error si quis contigerit facilius aduertitur & emendatur.

PRAXIS

Diuiſorem colloca in ſupremo ordine laminarum,& ſub eo deſcende donec occurrat numerus maior illo quam continent notæ numeri diuidendi quibus applicatus eſt diuiſor; nam quotus erit ordo proximè precedens, tantus erit ſumendus quotiens. Quod ſi ſub diuiſore nullus inueniretur numerus diuidendus maior quotiens eſt *9*. Numerus autem qui in ordine quotientis eſt deſcriptus collocandus erit ſub notis diuidendi numeri, & ab ijſdem de more ſubtrahendus,reſiduumque ſuperſcribendum ſine vlla notarum confixione; neque etiam opus erit diuiſorem delere, facile enim mente intelliges diuiſorem promoueri à puncto ſubſcripto,ſignabis notam numeri diuidendi ad quam diuiſio peruenerit. Tota res exemplo fiet manifeſta, ſint diuidendi *925738* Philippici in *317* milites,laminas ABC continẽtes in vertice diuiſorem *317*, vt hic vides collocatas in angulo EFG quem parari ſupra iuſſimus. Deinde deſcendo in laminis

ſub

E	A	B	C
I	/3	/1	/7
II	/6	/2	1/4
III	/9	/3	2/1
IV	1/2	/4	2/8
V	1/5	/5	3/5
VI	1/8	/6	4/2
VII	2/1	/7	4/9
IIX	2/4	/8	5/6
IX	2/7	/9	6/3
F			G

ſub diuiſore, quærés numerum qui primus occurret maior quam 925, quibus notis primo diuiſor applicatur; inuenio autem maiorem in III ordine; quotiens ergo eſt ordo proxime præcedens, quare ſumo 2 pro quotiente; & ſcribo numerum in illa ſerie II inuentũ, ſub notis numeri diuidendi, à quibus ſubtractione facta remanent 311 deſuper annotanda. Intelligo deinde promotum eſſe diuiſorem vſque ad 7, cui punctum eſt ſuppoſitum; & quæro in laminis numerum maiorem quam 3117 & nullum inuenio. Quotiens ergo eſt 9 & hic vltimus ordo eſt ſcribendus ſubtrahenduſque a diuidendo, qua ſubtractione facta, reſiduum 264 ſupra notabitur, in quo diligenter aduertes vt notæ notis directé & diſtinctè ſuperponantur

nantur ne pariatur confuſio. Amplius intelligo diuiſorem promotum ſub 3 & quæro numerũ maiorem quam 2643 & inuenio in IX ordine. quotiens ergo eſt 8, cuius ordinis numerum tollo ex diuidendo, & remanent 107. Demum promouetur diuiſor ſub 8, & quæro numerum maiorẽ quam 1078 inuenioque in IV ordine: Quotiẽs ergo eſt 3 cuius numerum tranſcribo; factaq́; ſubtractione remanent 127 pro numero fracto, & peracta eſt diuiſio.

```
    127
   ----
   107
  264
 311
 945738 ( 2983 127/317
 317 . . .
 ------------------------
 634
 2853
  2536
   951
   127          Examen
 ------------------------
 945738
```

Poſſunt etiam ſi ita videbitur notæ numeri diuidendi expungi, quando cum illis abſoluitur diuiſio, vt fit in vſitata diuidẽdi ratione, ſed eo modo quem præiuimus, melius diſtinguuntur ſingulæ operationes & ſicubi error obrepſiſſet deprehendetur facilius. Quinimmo etiam in vulgata diuidendi forma magis probarim

barim tyrones prius exerceri nullis notis cõfixis, vt suos errores aduertere, & corrigere possint expeditius.

EXAMEN

Habet insuper id commodi hæc diuidendi ratio quod examen per multiplicationem expeditissime perfici potest. Nam si notę aliquæ mãserunt diuisione peracta, eæ scribentur sub notis in vltima applicatione subtractis, & numeri omnes subtracti colligentur per additionẽ, redibitq; in summa numerus diuidẽdus, si nõ est erratũ. Verbi caussa in exemplo superiore scribo 127 quæ remanserant, sub 951 & colligo in vnam summam omnes numeros subtractos inter operandũ, reditque numerus diuidendus, quare legitime peracta est diuisio.

Obseruabis autem cum primus quotiens est 1, tunc ipsum etiam diuisorem debere colligi cum cæteris numeris subtractis: nam tunc ipse diuisor est vnus numerorum subtractorum. Cum vero primus quotiens non est 1, diuisor non erit cum cæteris in probatione colligen-

dus, ideoque in nostro exemplo diuiso[r] ab additione examinis est exclusus ductâ lineâ.

De numero fracto.

CAPVT VIII.

NVMERVS fractus, Minutia, seu fractio est numerus denotans partes aliquot cuiuspiam integri. Vt vna secunda assis, est dimidiatus assis; tres quartę assis sunt tres quadrantes &c.

Sunt autem duo numeri in fractione, quorum vnus scribitur supra, alter infra lineolam hoc modo $\frac{}{2}$. Superior dicitur Numerator, quia numerat quot partes sumptæ sint ex integro. Inferior dicitur Denominator quia denominat & indicat quales partes sumptæ sint ex integro. Vt minutia allata $\frac{1}{2}$ est vna secunda; hæc vero $\frac{3}{4}$ est tres quartæ &c.

Quod ergo remanet post diuisionem & iuxta Quotientem adscribitur, est numerus fractus. Nam quia notæ remanẽtes non potuerunt vlterius per diuisoré diuidi, faciunt numerum fractum cum diuisore, sunque notæ remanentes pro nu-

numeratore & diuisor est loco denominatoris. Vt ex diuisione capitis 7 mãsit numerus fractus $\frac{127}{317}$ hoc est, centum viginti septem, trecentesimæ decimæ septimæ partes vnius Philippici.

Æstimatio numeri fracti.

Quando in fractione æquales sunt numerator & denominator, ea fractio vni integro æqualet, vt $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$ vnius assis æquiualent assi integro.

Cum vero numerator denominatore maior est, tunc minutia plus est quam vnum integrum. vt $\frac{3}{2}$ sunt assis cum dimidio.

Cum denique numerator denominatore est minor, tunc fractio minus est quam integrum. vt $\frac{3}{4}$ assis sunt tres quadrantes.

Hinc colligere licet numerum fractũ, residuũ ex diuisione semper esse minus quam vnũ integrum: nam in ea fractione diuisor est loco denominatoris, & notæ ex diuisore remanentes sunt numerator. Iam vero notæ remanentes minorem semper numerum continent quam diuisor, quandoquidem in bona diuisio-

ne ſemper debet remanere numerus minor ſupra diuiſorem, quam ſit ipſe diuiſor. Semper ergo in hac fractione numerator eſt minor denominatore, ac proinde minus valet minutia quam vnum integrum.

Sic in diuiſione capitis 7 manent $\frac{127}{317}$.

Debentur ergo militibus ſingulis præter Philippicos 2983 integros, debentur inquam præterea ſingulis $\frac{127}{317}$ vnius aurei, hoc eſt minus quã dimidius Philippicus; accuratius enim fractionem æſtimare mox docebimus.

Æquiualentia numerorum fractorum.

Æquiualentes Minutiæ ſunt omnes illæ quorum numeratores eandem habent proportionem ad ſuos denominatores. vt $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{5}{10}$ ſunt æquiualentes, quia in omnibus numerator eſt dimidium ſui denominatoris.

Præterea quocunque numero multiplices aut diuidas vtramque partem fractionis hoc eſt tam denominatorem quã numeratorem ſemper prodibit minutia æquiualens. Vt ſi minutiam $\frac{5}{8}$ multiplices per 2 procreabitur minutia æquiualens

lens $\frac{12}{16}$ Itèm si eandem fractionem diuidas per 2 exibit minutia æquiualēs $\frac{3}{4}$. Ratio est, quod vtroque fractionis membro per eundem numerum multiplicato vel diuiso semper redeunt duo alij numeri eodem modo inter se proportionati sicut priores; quare ex ijs constituitur minutia priori æquiualens, iuxta 15. 5. Eucl.

PRAXIS I.

Reductio fractionis ad minores terminos.

Quia diximus per multiplicationem & diuisionem vtriusque partis numeri fracti, produci etiam fractionem ęquiualentem, oblata difficili fractione, quærendus erit numerus qui perfecte tam numeratorem quam denominatorem diuidat, isque numerus dici solet Communis mensura: beneficio ergo huius numeri seu mensuræ communis, fractio reducetur ad aliam æquiualentem minoribus numeris expressam, in quibus proinde facilius ęstimabitur valor datæ minutiæ. Inuenietur autem hoc modo communis mensura cuiusuis fractionis. Maior numerus per minorem diuida-

tur, & si quid manserit per hoc diuidatur numerus minor, qui ante erat diuisor; & si rursus aliquid superfuerit, per id ipsum diuidatur diuisor secundæ diuisionis, & per reliquum tertiæ diuisor tertię, donec fiat diuisio quæ nihil relinquat, nam perfectæ huius diuisionis diuisor, erit cõmunis mẽsura propositę fractionis; per quem si diuidatur tam numerator quam denominator, prodibit fractio æquiualens, minimis terminis, quibus comprehendi potest, expressa. Verbi caussa datur minutia $\frac{32}{48}$ quam velim redigere ad minimos terminos.

```
16          0
48 (1      32 (2      32/48 per 16. 2/3
32         16
```

Diuido ergo 48 per 32 & manent 16, deinde per hoc residuum diuido diuisorem primæ diuisionis, scilicet 32, & nihil manet. Est ergo diuisor huius secundæ diuisionis nimirum 16, communis mensura datæ minutiæ; ideoque diuido numeratorem 32 per 16 & prodit numerator nouę minutiæ 2. Similiterque diuiso denominatore 48, per 16 prodit 3 denomina-

minator minutię æquiualentis. Eſt ergo $\frac{2}{3}$ minutia, priori $\frac{32}{48}$ æquiualens.

Quod ſi inter quærendum communẽ menſuram non poſſit deueniri ad diuiſionem perfectam, quæ nihil relinquat (cuius ſignum erit ſi ex aliqua diuiſione maneat 1,) tũc fruſtra quęritur communis menſura quę nulla dari poteſt, & numeri fractionis illius erunt ex ijs, quos Arithmetici nominant numeros inter ſe primos; qui nullam admittunt communem menſuram. Vt dum tento reducere ad minores numeros fractionem capitis ſeptimi, quæ eſt $\frac{127}{317}$ diuido 317 per 127, & manent 63, per quę diuido 127 & manet 1: nulla ergo eſt menſura communis iſtorum numerorum 127, 317; ſed ſunt inter ſe primi, neque minutia ex illis conſtans ad faciliorem reduci poteſt.

Fit etiam nonnumquam vt quamuis inueniatur communis menſura, ea tamẽ tam ſit exigua vt fractio æquiualens per illam producta, non multo ſit priore facilior. Exempli cauſſa iſtius fractionis $\frac{129}{337}$ poſt multas diuiſiones inuenio cõmunem

nem menſuram 3 per quam produco minutiam ęquiualentem $\frac{42}{109}$. cuius valorem difficile adhuc ſit comprehendere. His ergo moleſtijs vt eatur obuiam alia arte erit vtendum, vt ſequitur.

PRAXIS II.

Reductio fractionum ad partes decimas centeſimas, milleſimas &c.

Commodiſſimæ ſunt fractiones in quibus denominator eſt 10, 100, aut alius numerus qui ab his in decupla eſt proportione: nã & faciliores sũt æſtimatione illæ minutiæ, & additiones, multiplicationes, diuiſiones harũ interſe, & cum integris, fractionũ ſunt expeditiſſimę. Data ergo fractio quælibet ſic redigetur ad partes decimas &c. Ad numeratorẽ addatur vna aut plures ſi opus fuerit cyfrę: ſi enim vis partes decimas, vnica cyfra ſufficiet. ſi cẽteſimas, duabus opus erit &c. Deinde numerator ſic auctus diuidatur per denominatorem; nam primus Quotiens qui ſignabitur litera D, indicabit partes decimas, ſecundus C, centę-

centesimas, tertius M, millesimas, quartus DM, decies millesimas &c. quæ omnes simul sumptæ æquiualebunt datæ minutiæ. Vt in exemplo sæpius adducto, manserunt $\frac{127}{317}$ vnius Philippici. Applico ergo Numeratori tres cyfras, quẽ deinde diuido per denominatorem, & prodit pro primo quotiente 4; continentur ergo in data fractione quatuor decimæ vnius Philippici, qui cum sit 50 assium, vna pars eius decima erit 5 asses, quatuor ergo decimæ sunt 20 asses. Deinde pro secundo Quotiente prodit 0: quod ergo amplius superest non est pars centesima Philippici siue dimidius assis. Iterum vero si promoueam diuisorem Quotiẽs est 0 vnde quod superest non est pars millesima Philippici quæ proinde negligi potest; dabuntur ergo singulis militibus 20 asses præter Philippicos integros, & reliquum negligetur; nam non supersunt nisi 10 asses in 317 diuidendi.

```
    42
  127000 ( DCM
  31777  ( 400
    311
     3
```

PRAXIS III.

Reductio diuersarum fractionum ad eandem denominationem.

Datis duabus minutijs ad eundem denominatorem reducendis, multiplicentur denominatores inter se & prodibit communis denominator; numerator vero vnius multiplicetur per denominatorẽ alterius, & prodibunt numeratores minutiarum, ad cõmunem denominationem reductarum. Vt datis minutijs $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ multiplico 3 in 5 & fiunt 15 cõmunis denominator. Deinde duco 2 in 5 & fiũt 10 & 4 in 3 quæ fiunt 12. His ergo numeratoribus 10 & 12 si supponatur communis denominator 15, existent minutię reductæ ad eandem denominationem $\frac{10}{15}$ & $\frac{12}{15}$, quarum prior priori datæ, posterior posteriori, æquiualet. Iam vero collectis in vnum numeratoribus 10 & 12 vt sint 22, si supponatur denominator cõmunis fiet minutia $\frac{22}{15}$ æquiualens vtriq; simul sumptæ.

Quod si dentur tres aut plures diuersæ minutiæ reducentur primum duæ ex

illis

illis ad eundem denominatorem & producta æquiualentes colligentur in vnã; deinde vero tertia reducetur ad eandem denominationem, cum hac conflata ex duabus præcedentibus; eodemque modo pergetur ad quartam, & alias si plures essent. Vt si dentur tres minutiæ $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$; $\frac{6}{7}$ reducentur duæ priores ad eandem denominationẽ & prodibit minutia $\frac{22}{15}$ æquiualẽs vtriq; vt iam modo docuimus. Reducantur ergo ad eandem denominationem $\frac{22}{15}$ & $\frac{6}{7}$ prodibuntq; æquiualentes $\frac{154}{105}$ & $\frac{90}{105}$ quarum collectis numeratoribus fiet minutia $\frac{244}{105}$ æquiualens tribus simul minutijs datis; eamque si fieri poterit reduces ad minores terminos per praxim 1.

Quod si etiam scire voles quot partes huius communis denominationis 105 contineat prima minutia, & secunda solitarie sumptę diuide 105 per denominatorem alterutrius & Quotientem multiplica per eiusdem numeratorem sic enim prodibit numerator fractionis æquiualentis. Vt 105 diuido per 3 & fit quotiens 35, qui multiplicatus per

per 2 dat 70 numeratorem minutiæ $\frac{70}{105}$ æquiualentis primæ quæ erat $\frac{2}{3}$. Subtracto deinde numeratore 70 ex 154 numeratore vtriusque simul sumptæ, manent 84 pro numeratore minutiæ $\frac{84}{105}$ quæ æquiualet secundæ datæ. Habes ergo tres minutias separatas $\frac{70}{105}$ $\frac{84}{105}$ $\frac{90}{105}$ quæ æquiualent totidem datis $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$, & huic conflatæ ex omnibus $\frac{244}{105}$.

PRAXIS IV.

Reductio integrorum ad datam fractionem.

Numerus integrorum multiplicetur per denominatorem datæ fractionis & prodibit numerator minutiæ, ad quam integra sunt reducta; cui supponetur pro denominatore idem qui erat denominator datæ minutiæ. Vt si 4 integra ad partes quintas redigenda sint, multiplicabitur 4 per 5 & fient 20, cui si supponas 5 pro denominatore prodibit minutia $\frac{20}{5}$ æquiualens 4 integris.

PRA-

PRAXIS V.

Reductio fractionis ad integra.

Si fractio maior sit vno integro, reduci potest ad integra hoc modo. Numerator per denominatorem diuidatur & Quotiens erit numerus integrorum in fractione contentus: vt minutia $\frac{20}{6}$ reducetur ad integra diuidendo 20 per 6, prodibunt enim 3 integra cum $\frac{2}{6}$ seu $\frac{1}{3}$.

De Additione & reliquis circa fractionem operationibus.

CAPVT IX.

PRAXIS I.

Additio fractionum.

SI fractiones sint eiusdem denominationis collectis in vnum numeratoribus, & supposito eodem denominatore perfecta est additio, vt $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$ sunt $\frac{6}{3}$.

Quod si proponantur fractiones diuersæ denominationis, reducetur prius ad eandem per praxim 4 cap. præc. & fiet additio vt iam dictum est.

Examen fit per subtractionem vt in integris numeris.

PRAXIS IV.

Subtractio fractionum.

IN fractionibus eiusdem denominationis subtrahatur minor numerator ex maiore, & peracta erit operatio. Vt $\frac{2}{3}$ subtractæ ex $\frac{4}{3}$ relinquunt $\frac{2}{3}$.

Quod si dentur fractiones diuersæ denominationis, eę prius ad communem redigentur.

Si numerus integer cum addita fractione, aut solus integer numerus subtrahendus sit ex minutia, prius erit reuocandus ad fractionem eiusdem denominationis cum ea, ex qua fieri debet subtractio. vt si sint subtrahenda $2\frac{3}{4}$ ex $\frac{20}{6}$, numerus 2 redigatur in fractionem $\frac{8}{4}$ & additis tribus sunt $\frac{11}{4}$ quæ redigantur ad eundem denominatorem cum $\frac{20}{6}$, & postmodum fiat subtractio.

Si fractio ex numero integro subtrahenda sit quæ maior sit vno integro, reducatur ad integra, cum vero fractio minor est vno integro vnitas aliqua numeri ex quo facienda est subtractio resoluatur in fractionem, & fiat postea subtra-

ctio: vt si sint subtrahendæ $\frac{10}{3}$ ex 8 fractio reducetur ad integra $3\frac{1}{3}$:detractis ergo 3 ex 8, manet 5, minutia deinde $\frac{1}{3}$ auferatur ex 1 resoluto in partes tertias, hoc est, ex $\frac{3}{3}$ tollatur $\frac{1}{3}$ & manebunt $\frac{2}{3}$, hęc vero vnitas ex qua posterior subtractio facta, auferenda est ex 5. Quare si ex 8 auferantur $\frac{10}{3}$ seu $3\frac{1}{3}$ manebunt $4\frac{2}{3}$.

Examen per additionem fiet vt in integris.

PRAXIS III.
Multiplicatio fractionum.

Multiplicentur inter se tam numeratores, quam denominatores, nam producti numeri erunt numerator & denominator fractionis per multiplicationē productæ: vt si dentur multiplicandæ $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ prodibit $\frac{8}{15}$: nam 2 in 4 sunt 8 pro numeratore, & 3 in 5 sunt 15 pro denominatore.

Quando integra cum adiuncta fractione sunt per fractionem multiplicanda, ea ad fractionem adherentē reducatur. Quando autem solus numerus integer per fractionem est multiplicandus,

 tunc

tunc numero integro ſupponatur vnitas, vt fiat quaſi fractio, & multiplicatio procedet vt prius dictum eſt. Vt ſi ſint multiplicanda 6 per $\frac{2}{3}$ ſic ſtabit exemplum $\frac{6}{1}$ per $\frac{2}{3}$, & iuxta praxim iam dictam prodibunt $\frac{12}{3}$ hoc eſt 4 integra.

Neque mirere quod ex multiplicatione per minutiam prodeat minor numerus quam id quod fuerat multiplicandũ, vt quod ex 6 in $\frac{2}{3}$ prodeant $\frac{12}{3}$ ſeu 4 integra, quæ ſunt minus quam multiplicandus 6; id enim neceſſe eſt euenire quoties fit multiplicatio per fractionem, quæ vno integro minor eſt. Nam ſi 6 multiplicentur per 1, productum eſſet 6, quãdo ergo 6 multiplicantur per $\frac{2}{3}$, quæ ſunt minus quam 1, neceſſe eſt vt productum ſit minus quam 6. Quod ſi fractio multiplicans maior eſſet vno integro, tunc etiam prodibit numerus maior eo quo multiplicatur vt 6 multiplicata per $\frac{4}{3}$ sũt $\frac{24}{3}$ hoc eſt 8 integra.

PRAXIS IV.

Diuiſio fractionum.

Expeditius fiet diuiſio minutiarum ſi ad

ad multiplicationē reducatur hoc modo. Commutentur termini diuisoris, hoc est Numerator fiat denominator & contra. Nam tunc si fiat multiplicatio vt docuimus praxi pręc. absoluta est diuisio. Vt si sint diuidendæ $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{9}$ ex diuisore commutatis terminis fiet minutia $\frac{9}{4}$, deinde operando iuxta præcedentem praxim 2 in 9 sunt 18, & 3 in 4 sunt 12; si ergo diuidantur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{9}$. Quotiens erit $\frac{18}{12}$

Examen fiet per multiplicationem.

Neque rursus mirum videri debet, quod in diuisione fractionum Quotiens fit maior fractione diuidenda; id enim fieri necesse est, cum fractio diuidens minor est quam diuidenda; tunc enim pluries quam semel diuidens in diuiusa continetur. Quare quotiens erit plusquam vnitas; siquidem Quotiens omnis indicare debet quoties diuisor in diuidendo contineatur.

PRAXIS VII.

Quando numeri integri aut soli, aut cum fractionibus occurrent in diuisione minutiarum; reducentur ad fractionem

commodæ denominationis, vt apparet in varijs hisce exemplis.

		Collocatio exempli.	Quotiens.	
I	6 per $\frac{3}{4}$	$\frac{6}{1}\ \frac{4}{3}$	$\frac{24}{3}$ seu 8.	Integra per fractionem.
II	4 per $2\frac{1}{3}$	$\frac{4}{1}\ \frac{3}{7}$	$\frac{12}{7}$ seu $1\frac{5}{7}$.	Integra per integra cum fractione.
III	$\frac{3}{4}$ per 2	$\frac{3}{4}\ \frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	Fractio per integra.
IV	$\frac{4}{5}$ per $3\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}\ \frac{5}{17}$	$\frac{20}{85}$ seu $\frac{4}{17}$.	Fractio per integra cũ fractione.
V	$5\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$	$\frac{17}{3}\ \frac{4}{3}$	$\frac{68}{9}$ seu $7\frac{5}{9}$.	Integra cum fractione, per fractionem.
VI	$2\frac{1}{3}$ per $3\frac{1}{4}$	$\frac{7}{3}\ \frac{4}{13}$	$\frac{28}{39}$	Integra cum fractione, per integra cũ fractione
VII	$3\frac{2}{5}$ per 4	$\frac{17}{5}\ \frac{1}{4}$	$\frac{17}{20}$	Integra cum fractione, per integra.

In postremo exemplo fi[t n]umerus integro-

tegrorum diuidēdus esset magnus, prius essent diuidenda integra per integra, & si quid maneat post diuisionem, hoc resoluetur in fractionem ei quæ adiungitur similem, & reliqua fient iuxta exempla posita. Vt si essent diuidēda 935 $\frac{2}{3}$ per 3 prius diuidatur 935 per 3 & erit Quotiens 311 manebuntque 2 post diuisionē, quæ resoluta in sextas, quæ adherent diuidendo; facient cum illis $\frac{14}{6}$. Has diuide per 3 & erit Quotiens $\frac{14}{18}$. Quare si 935 $\frac{2}{6}$ diuidantur per 3, totus Quotiens erit 311 $\frac{14}{18}$ seu $\frac{7}{9}$.

Eodē modo procedes si in penultimo exēplo numeri integrorū essent magni.

De fractionibus fractionum.

CAPVT X.

QVIA non solum integra in partes diuiduntur, sed etiam partes ipsæ in minores particulas; hinc non tantum fractiones, sed etiam fractiones fractionum sunt, seu minutiæ minutiarum. Dupliciter autem fractio secari potest. Primo vt vna tantum pars fractionis in minores particulas diuidatur; vt si ex dua-

bus tertijs vna diuidatur in duas secundas. Hęc dici posset *Fractio Partis*, in qua frangitur non tota fractio, sed eius pars vnica. Secundo si omnes simul partes fractionis diuidantur, vt cum dico vna secunda, duarum tertiarum & hæc dici deberet *Fractio Fractionis*. Differunt autē valore hæ minutiarum fractiones, nam si aureus verbi caussa assium 60 diuidatur in tertias partes seu florenos, & ex vna tertia seu floreno sumantur duæ quintæ, sūpti erunt asses octo, & hæc erit *Fractio Partis*: at si sumantur duæ quintæ ex duabus tertijs vnius aurei accipiētur 16 asses, quæ erit *Fractio* totius *Fractionis*.

Porro quamuis valore non parum discrepent hæ fractiones modo tamen scribendi non differunt; quare ex subiecta materia discerni oportebit an fractio partis, an vero fractionis sit intelligenda. Rarior tamen est vsus fractionis qua tota fractio diuiditur, vnde apud Arithmeticos, plerūque fractio partis intelligenda est, nisi aliud indicetur, qualis solet remanere ex diuisione numeri integri cum fractione, per numerum integrum.

Sic

Sic vero solét scribi fractiones fractionũ, vt in prima tantũ interseratur linea, & inter fractiones reliquas punctum signetur hoc modo $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}$ quæ si sit fractio partis significat vnam secundam vnius è tribus quartis. Quod si esset fractio totius fractionis significaret vnam secundam trium quartarum. Hæc vero $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}$ si sumatur vt sectio partis est vna secunda, vnius è trib⁹ quartis sũptis ex vna quinque sextarũ. Si vero sumatur vt fractio totius erit vna secũda triũ quartarũ ex 5 sextis.

Quando igitur siue fractio partis, siue fractio totius fractionis minutiæ adhæreſcit, priusquam vel additio vel alia operatio fiat circa minutiã illã, Fractio fractionis vel ad simplicẽ minutiam reduci debet, vel addi ad minutiã cuius est fractio quod vtrũq; mox docebimus; & primo quidem de fractione partis, & postmodũ etiã de fractione totius fractionis.

PRAXIS I.

Reductio fractionis, quã pars Minutiæ diuiditur, ad fractionem simplicem.

Denominatores inter se multiplicentur, & prodibit denominator minutiæ

simplicis, numerator vero erit idem qui prius erat in prima parte fractionis. Vt si detur $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}$ hoc est vna secunda vnius è tribus quartis, multiplicetur 2 per 4 & fiet 8, cui superponas 1 & fiet minutia $\frac{1}{8}$ ęquiualens illi $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}$.

Quod si fractio pluribus quam duobus membris constat, multiplica primum denominatorem in secundum, & productũ ex his duobus duc in tertium, &c. donec venias ad vltimam partem fractionis, eritque vltimo productus numerus denominator minutiæ æquiualentis, cui addetur numerator idem qui prius. Vt hæc minutia $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}$ multiplicando 2 in 4 vt fiant 8 & 8 in 6, vt sint 48, reducetur ad hanc simplicem ęquiualentem $\frac{1}{48}$.

PRAXIS II.

Additio eiusdem fractionis ad eam cuius pars diuiditur.

Hanc additionem alij Insitionem vocant, quæ sic peragitur. Denominatores inter se multiplica, vt prodeat denominator nouæ minutiæ: Numerator vero habebitur si denominator prioris minutiæ in nominatorem posterioris ducatur & pro-

& producto adijciatur numerator prioris minutiæ. Vt si velis hanc fractionem $\frac{2}{3}\frac{4}{5}$ addere ad $\frac{4}{5}$ duc 3 in 5 & fiunt 15 pro denominatore. Deinde 3 in 4 sunt 12 & addito numeratore 2 fiunt 14 pro numeratore. Fit ergo minutia $\frac{14}{15}$ æquiualens $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}.\frac{4}{5}$.

Quod si tribus aut pluribus membris constet fractio, duc duos denominatores primos inter se, & productum ex his in tertium denominatorem &c. & quod vltimo prodibit erit denominator nouæ minutię. Pro numeratore vero numerator vltimæ minutiæ ducatur in denominatorem penultimæ, & producto addatur numerator eiusdem penultimę, hoc deinde aggregatũ ducatur in denominatoré antepenultimæ, & eiusdé numerator adijciatur numero producto; sicq; vltra pergatur si fuerint plura neutra quã tria; nam quod vltimo prodibit erit numerator minutiæ quæsitæ. Vt si lubet hanc minutiam $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.\frac{5}{6}$ hoc est vnam secundam vnius quartæ ex vna sexta, & vnam quartam vnius sextę addere ad $\frac{5}{6}$ duc duo in 4 & erunt 8, 8 in 6 & fient 48.

deno-

denominator nouæ minutiæ. Deinde 5 in 4 ſunt 20 & additis 3 fiunt 23, quæ ducta in 2 ſunt 46 quibus addito 1 fiunt denique 47 pro numeratore. Erit ergo minutia $\frac{47}{48}$ æqualis minutijs datis conflatis in vnum.

PRAXIS III.

Reductio fractionis, quâ tota fractio diuiditur ad ſimplicem minutiam.

Multiplicentur inter ſe tam numeratores quàm denominatores; prodibunt enim numerator & denominator ſimplicis minutiæ æquiualentis. Vt ſi dentur $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$ hoc eſt duæ tertiæ trium quartarum, duc inter ſe numeratores 2 & 3 fiet 6 numerator nouæ minutiæ. Similiter denominatores ducantur alter in alterū & fient 12; erit ergo minutia $\frac{6}{12}$ æquiualens iſti $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$

Quod ſi fractio fractionis cōſtaret tribus aut pluribus membris, multiplicabuntur numeratores duo inter ſe, & productum ducetur in tertium &c. vltimæ enim multiplicationis productum erit numerator nouæ minutiæ. Idem in deno-

denominatoribus fiet. Vt hæc $\frac{2}{3}.\frac{1}{4}.\frac{5}{6}$ æquiualet isti $\frac{10}{72}$ seu $\frac{5}{12}$.

PRAXIS IV.

Additio eiusdem fractionis ad eam quæ diuiditur.

Denominatores inter se multiplicentur & habebitur denominator nouæ minutiæ. Deinde numerator posterioris multiplicetur per denominatorem prioris, & huic producto addatur productum alterum ex numeratoribus inter se; nam conflatum ex vtroque erit numerator nouæ minutiæ. Vt si detur minutia $\frac{2}{3}.\frac{4}{5}$ & velis hanc minutiam addere ad $\frac{4}{5}$ duces 3 in 5 & fient 15 denominator nouæ minutiæ. deinde duces 4 in 3 & fient 12, itē 2 in 4 & fient 8 quod productum si addatur priori 12, erunt 20 pro numeratore nouæ minutiæ. erit ergo minutia $\frac{20}{15}$ æquiualens istis simul sumptis $\frac{4}{5}$ & $\frac{2}{3}.\frac{4}{5}$.

Quod si minutia data haberet plura quam duo membra tenebis eandem multiplicandi methodum siue in denominatoribus siue in numeratoribus, incipiendo ab extremo mēbro, vt in simili aliquo-

aliquoties dictum est. Exempli caussa si dentur $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{6}{7}$ hoc est duæ tertiæ quatuor quintarum ex sex septimis, & quatuor quintę sex septimarũ addendę ad $\frac{6}{7}$; duc 3 in 5 & erunt 15, item 15 in 7 & fient 105 pro denominatore nouę minutiæ. Nunc vero pro numeratore, 6 in 5 sunt 30, & 4 in sex sunt 24, quod si addideris priori producto 30. fient 54. Deinde 54 in 3 sunt 162, quibus adde 2 in 4 seu 8, & 8 in 6 seu 48, fietque numerus 210 numerator nouæ minutiæ $\frac{210}{105}$ seu 2 integra. Si ergo duas tertias quatuor quintarum ex sex septimis, & quatuor quintas sex septimarum, addas ad sex septimas habebis duo integra.

De regula trium.

CAPVT II.

REGVLA trium est methodus qua ex tribus numeris cognitis elicitur quartus incognitus, Ab his ergo tribus numeris cognitis dicitur regula Trium. Dicitur etiam regula aurea, ob immensam vtilitatem, Regula Proportionum quia versatur inter numeros proportio-

nales

nales. Docet enim datis tribus ordinē numeris inuenire quartū, qui se habeat ad tertium, sicut secundus ad primum. Exempli gratia: Emit quispiam 2 vlnas panni tribus aureis; quæritur quot vlnas sit empturus 6 aureis? Dantur ergo tres numeri cogniti 3 aurei, 2 vlnæ, 6 aurei & quartus quæritur, nimirū numerus vlnarum, quæ veneūt tribus aureis. Cumque iustus emptor & vēditor velle debeat, vt quę est proportio pretij minoris ad pauciores vlnas, eadē sit pretij maioris ad vlnas plures; hæc quæstio non aliud postulat, quam inueniri quartum vlnarum numerum, qui se habeat ad pretium maius sex aureorum, sicut secundus, seu minor vlnarum numerus se habet ad primum, seu ad minus pretium. Hunc autē quartum numerum inueniemus hac praxi.

PRAXIS I.

In quæstione quæ soluenda proponitur, duo sunt numeri de eadem re, quorum alter qui quæstionem habet annexam tertio loco collocari debet; alter vero

ro qui est de eadem re primum locum occupabit; medium denique seu secundum locum tenebit numerus, qui est de re diuersa. vt in exemplo allato, duo sunt termini de eadem re nimirum de aureis nummis, cum dico tribus aureis emuntur duæ vlnę, quot igitur ementur 6 aureis? Hic inquam duo sunt numeri 3 & 6 de aureis, & numerus 6 habet adiunctam quæstionem & notam interrogationis; quare tertio loco collocabitur: 3 vero qui numerus est de eadem re primo loco constituetur; reliquus vero 2 vlnæ qui est de re diuersa stabit medius, vt hic vides.

3 aurei, 2 vlnę. 6 aurei? 4 vlnæ

PRAXIS II.

Duc secundum numerum in tertium, & productum diuide per primum: nam Quotiens erit numerus quartus qui quæritur & satisfacit quæstioni. Vt in superiore exemplo duc 2 in 6 & fiunt 12, quæ si diuidas per 3 erit Quotiens 4 atq; hic numerus est vlnarum quæ accipi debent pro 6 aureis si duæ vlnę vendun-

tur

tur tribus ↄareis: æquum eſt enim duplo pretio, duplum vlnarum numerum comparari.

Ratio ſeu fundamentum huius regulæ eſt, quod, vt demonſtrat Euclides pro. 19.7. tum quatuor numeri ſunt proportionales. ſeu ita ſe habent vt ſit tertius ad quartum, ſicut primus ad ſecundum; quando productum ex tertio in ſecundum æquale eſt producto ex quarto in primum, quod fit per operationem huius regulæ. Nam ex B in C fit numerus E & ex E diuiſo per A fit numerus D: productum ergo ex D in A erit E ſicut etiam ex B in C.

		E		
A	B	12	C	D
3	2		6	4

EXAMEN.

Multiplica quartum per primum, & ſi bona fuit operatio, prodibit idem numerus qui ex multiplicatione tertij per ſecundum, vt ex 3 in 4 prodeunt 12, ſicut ex 2 in 6.

De

De Regula trium euersa.

CAPVT XII.

PER regulam trium modo explicata satisfit quæstioni, in qua quanto est maior numerus tertius habens quæstionem annexam, tanto etiam maior erit numerus quartus quæstioni satisfaciens. Interdum vero talis est quæstio, vt quanto maior est numerus tertius, tanto minor sit futurus quartus. Quo casu vtendum est regula trium euersa, in qua collocatio quidem terminorum eadem est, sed multiplicatur secundus per primum & productum diuiditur per tertium cõtra quam in regula trium recta faciendum est, vnde hęc regula euersa dicitur: cuius vsum quãdo desideret quæstio satis ipsa res indicabit. Exempli caussa: imminente obsidione censentur in arce hominum capita 2000, & conuecta est annona quæ ijs sufficiat ad menses 5. Princeps tamen moneri curat arcis Præfectum tolerandam esse obsidionẽ mensium 8. Quærit igitur Præfectus quot capita bello minus vtilia debeat ex arce emit-

emittere; seu quot milites possit alere per 8 menses eâ annonâ quę sufficit duobus millibus ad 5 menses. Hic terminus tertius adiunctam habens quæstionem est 8 menses. & si maior esset numerus mẽsium obsidionis, tanto minor numerus prodiret militũ, qui ali possũt 8 mẽsibus, atque hic numerus pro quarto termino quæritur. Vtendum ergo regula trium euersa, & terminis rite collocatis.

5 menses, 2000 milites, 8 menses? 1250 milites,

Multiplicetur primus numerus per secundum & prodibunt 10000 qui numerus diuidatur per 8 & Quotiẽs erit 1250. Potest ergo Præfectus spatio 8 mensium alere suâ annonâ milites 1250. quem numerum si auferas ex 2000, manebũt 750 capita dimittenda ex arce.

De Regula trium composita.

CAPVT XIII.

REGVLA trium composita non est aliud quam simplex sepius repetita, vt si quis petat; cum conuictores duo soluant hebdomadis 4 florenos 16, quã-

tum ſoluent conuictores 5, hebdomadis 6? Quia hic pluſquam tres termini noti ſunt, reducendi erunt ad tres, aut pluries vſurpanda regula trium. Primum igitur ex quinque terminis datis, ille qui ſolus eſt de vna re, ponatur pro ſecundo termino; vtrimque vero ponatur qui bini ſunt de eadem re; vt in exemplo allato, qui ſolus eſt de florenis eſt 16; medius ergo conſtituetur hic numerus & vtrinq; collocabũtur bini qui de eadem re ſunt, vt hic factum vides. Deinde fiet operatio regulæ trium inter tres terminos ſuperiores, multiplicando 16 per 5, & diuidendo per 2; prodibit enim pro quarto termino 40, qui collocetur pro ſecundo termino operationis ſecundæ, factaque rurſus operatione regulæ trium prodibit quotiens 60, & totidem florenos debebunt ſoluere conuictores 5 hebdomadis 6.

Conu.	Flor.	Conu.	Flor.
2.	16.	5?	40.
Hebd.		Hebd.	
4.	40.	6?	60.

Bre-

Breuius eadem quæstio absoluetur multiplicando inter se terminos, qui primo loco constituti sunt, & similiter eos qui tertio; tum enim vnica operatione regulæ Trium res conficietur: vt in exemplo dato, multiplico 2 conuictores, per numerum hebdomadarum 4, & fiũt 8 pro primo termino. Similiter 5 conuictores multiplico per hebdomadas 6, & fiunt 30 pro tertio loco. Medius vero cõstituetur terminus 16 floreni & facta operatione regulæ trium prodeant 60 floreni vt ante.

8. 16. 30? 60.

Atque hæ praxes altera alteri erunt examinis loco.

De Regula Societatum.

CAPVT XIIII.

REGVLA Societatum est qua commune quidpiam pluribus distribuitur pro rata portione. Eius vsus est inter mercatores, qui plures pecunias in communem bursam conferunt: vnde postea si quid lucri emersit aut damni singuli quod equum est lucri aut damni perci-

piunt pro rata portione pecyniæ quam in commune periculum expofuerunt.

PRAXIS I.

Collige in vnam fummam, omnem pecuniam, quæ in commune collata eft ab omnibus; nam hęc erit pro primo termino regulæ trium: fecundus erit lucrũ vel damnum commune; tertius pecunia à fingulis collata. Deinde operando toties per regulam trium quot funt fummæ collatæ à fingulis mercatoribus; prodibit fingulorum lucrum, vel damnum quod quærebatur. Exempli gratia fint tres mercatores, quorum primus in commune contulerit aureos 216, fecundus 244, tertius 172; & ex pecunia illa fac prouenifle lucrum aureorum 400. Quæritur quod fit lucrum fingulorum. Colligantur in vnam fummam pecuniæ collatæ, eritque fumma 632 aurei pro primo termino, reliqui vero collocabũtur iuxta ante dicta vt hic vides.

$$632.\ 400.\ \begin{cases} 216? \\ 244? \\ 172? \end{cases} \text{Fiunt} \begin{cases} 136\frac{448}{632} \\ 154\frac{272}{632} \\ 108\frac{544}{632} \end{cases}$$

PRA-

PRAXIS II.

Quod si diuersitas temporis intercesserit quo quisque mercator pecuniam reliquit in societate, eius merito ratio habenda est. Tunc igitur antequam colligantur in vnum pecuniæ singulorum, multiplicentur per tempus quo quisque habuit pecuniam in communi bursa, & tũc demum fiat additio, cuius summa erit primus terminus; secundus erit lucrum commune, tertius pecunia cuiusque multiplicata per suum tempus; & facta operatione vt dictum est praxi superiore, prodibit lucrum singulorum.

De Regula Alligationis.
CAPVT XV.

DOcet hæc regula res varij pretij aut alterius mensurę, communi pretio aut alia mensura æstimare; quod dici solet *pretium medium*. Exempli gratia: Vult Princeps monetam cudere, & offertur argentum duplex, impurius vnum, ex cuius vna libra possent cudi quindecim nummi assium 28; purius alterum ex cu-

ius vna libra conderentur nu/nmi quindecim, assium singuli 36. V[illegible]et autem Princeps ex hoc duplici argento ita misceri 12000 librarum, vt ex vna cudi possint mummi quindecim, assium 30. Hoc est ergo pretium commune, seu mediũ, ad quod vtrumque argentũ;n est reducendum.

PRAXIS I.

Constituantur pretia minora sub maioribus, aut contra & alligentur inter se; hoc est excessus maioris supra medium, collocetur ad latus minoris, & cõtra defectus minoris ponatur ad latus pretij maioris. Vt in exemplo allato in quo pretium mediũ est 30, maius 36, minus 28, excessus maioris qui est 6 ponetur ad latus minoris & defectus minoris qui est 2 adscribetur ipsi maiori vt factum hic vides.

	36.	2
30		
	28.	6

PRAXIS II.

Differentiæ pretiorum, hoc est tam excessus quam defectus à pretio medio, colligantur in vnam summam pro primo

mo termino regulæ trium; secundus vero erit res redigenda ad commune pretium, tertius singulę differentiæ pretiorum; iterabiturque toties regula triū quot fuerint pretia diuersa. Vt in exemplo nostro summa differentiarum est 8, res ad commune pretium redigenda 12000 librarum argenti, ita ergo stabit exemplum.

Summa 8, 12000. lib. quantū { 2? 3000 lib. purioris / 6? 9000 lib. impurioris

Quod si Princeps non pręscribat numerum librarum miscendarum, sed petat tantum qua proportione misceuda sit vna libra, stabit exemplum vt prius mutato termino secundo.

Sūma 8. 1 libra. quātū { 2? $\frac{2}{8}$ seu $\frac{1}{4}$ purioris. / 6? $\frac{6}{8}$ seu $\frac{3}{4}$ impurioris.

Debet ergo ea proportione misceri argentum vt cum ponetur vna quarta purioris, admisceantur tres quartæ impurioris argenti.

PRAXIS III.

Quando plura erunt quam duo pretia, varie inter se colligari possunt permutatis differentijs; dummodo vnumquod-

quodque pretium vt minimum ſemel alligetur, pluries enim vnum alligari nihil vetat. Obſeruabis tantum, vt maius ſemper cum aliquo minori; numquam autem, vel duo maiora, vel duo minora medio pretio, colligentur inter ſe. Vt ſi Principi volenti fundere tormenta bellica, offerantur varia eris genera, & viliorum metallorum, vnum cuius libra ſit aſſium 5, ſecundum 8, tertium 13, quartum 14, quæ velit ita miſceri vt libra ſit aſſium 10; collocabuntur ordine pretia, quæ variè poſſunt colligari.

10	5. 4	Vel ſic. 10	5. 4		Vitioſa. 10	5. 2
	8. 3		8. 3.	4. ſiue 7.		8. 5
	13. 2		13. 2			13. 4
	14. 5		14. 2	5. ſiue 7.		14. 3

Cum plus de aliquo genere volemus miſceri, pluries tantum erit alligandum; vt in ſecunda colligatione plus de ſecundo & quarto metallo accipietur, quia maior differentia illis adiacet quam cæteris. Vitioſa autem eſt colligatio tertia quia in ea duo ſimul maiora alligantur & duo ſimul minora, quod vtrumque vitandum eſt.

Obſer-

Obſeruabis etiam cum idem genus pluribus alijs alligatur, differentias plures in vnum debere colligi, vt vides factũ in ſecunda alligatione. iuxta quam ita perficietur exemplum.

Sũma Differētiarũ 4? $\frac{4}{20}$
20.1 lib. quãtũ 7? $\frac{7}{20}$
2? $\frac{2}{20}$
7? $\frac{7}{20}$

EXAMEN.

Examen fiet per aliam operationem regulæ trium: nam ſi pro primo termino ſumatur menſura cuiuſque generis, & pro ſecundo eiuſdem pretium, pro tertio, portio iuxta quam vnumquodque miſcetur, prodibũt pretia cuiuſque portionis, quæ in vnum collecta æqualia erunt pretio medio, ſi bona fuit operatio. Vt in exemplo mox allato, Dic; vna libra primi metalli eſt 5 aſſium, quanti erunt $\frac{4}{20}$? & inuenies eſſe $\frac{20}{20}$ ſiue vnius aſſis. Item 1 libra ſecundi eſt 8. quanti $\frac{7}{20}$? vt erit $\frac{56}{20}$ hoc eſt 2 $\frac{16}{20}$ aſſium. Amplius 1 libra tertij eſt 13 aſſium, quanti $\frac{2}{20}$ &

erunt

& erunt $\frac{26}{20}$ siue 1 $\frac{6}{20}$ assis. Denique 1 libra quarti est 14. quanti $\frac{7}{20}$ & inuenies esse $\frac{92}{20}$ hoc est 4 $\frac{18}{20}$ assis, quæ omnia pretia si in vnum colligas efficientur asses 10, quod erat statutum pretium commune.

De Regula falsi simplicis positionis.

CAPVT XVI.

DOcet regula falsi ex suppositione alicuius numeri qui re vera quæstioni non satisfacit, numerum quæsitũ inuenire qui soluat propositam quæstionem; quod fit beneficio Regulæ Trium, seu Proportionum. Soluuntur namque per hanc regulam quæstiones omnes, quorum termini dantur in certa proportione inter se constituti, & quorum proportio in ipsa quæstionis propositione exprimitur.

Quando enim datur vel totus numerus habẽs se in certa proportione ad partem incognitam, vel pars notæ proportionis ad totum incognitum; accipio aliquod totum cognitum & resoluo in par-

partes eiusdem proportionis cuius sunt illæ, quæ in quæstione exprimuntur. Tum vero ex toto & parte numeri cogniti deuenio in cognitionem, vel partis, vel totius incogniti; si enim quęritur pars incognita, notæ tamen proportionis vt pars quarta alicuius numeri, pono pro primo termino regulæ trium, totum cognitum & pro secundo partem datæ proportionis, pro tertio vero totum quod datur in quæstione, & operando iuxta regulam trium necessario prodit pars ante incognita; quandoquidem per hanc regulam prodit 4 terminus se habens ad tertium, sicut secundus se habet ad primum. In exemplo res erit manifestior. Quæritur numerus cuius quadruplum sit 36. Hic datur totum notum 36, & quæritur quis numerus sit eius pars quarta. Pono ergo pro primo termino totum aliquod cuius pars quarta mihi nota est, puta 24 cuius pars quarta est 6. & dico si 24 pro parte quarta dat 6 quid dabit 36? & habetur necessario pars ante incognita, quia quartus terminus qui prodibit se habebit ad 36; sicut 6 ad 24

vt docuimus cap. 11. sed 6 est, pars quarta ipsius 24. ergo & terminus quartus erit pars quarta ipsius 36. Ita ergo stabit exemplum.

24 dant 6. 36? 9.

Quod si in quæstione det ur pars cognita & quæratur eius totum tunc pro termino primo ponetur pars totius alterius cogniti, & pro secundo totum cognitum, pro tertio pars data in quęstione; & pro quarto prodibit totum incognitum. Vt si quæras. Quod est quadruplum numeri 9? Dicam; 6 est quarta pars numeri 24, cuius quarta erit 9?

6 dat 24. 9? 36.

In hoc igitur posita est tota vis regulæ falsi, vt ex sectionibus certę proportionis numeri cogniti, per datam similem in quæstione proportionem deueniatur in cognitionem totius, vel partis in altero numero incognitæ. Quapropter cum proponitur quæstio diligenter attēdendum est, vt pro suppositione accipiamus numerum qui commode & sine fractionum molestijs admittere possit sectiones eius proportionis, quæ exprimitur in quæ-

quæstione. Verbi caussa Quidam in itinere Romano expendit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ suæ pecuniæ, & supersunt illi 36 aurei; quæritur quot ille aureos habuerit. Querendus ergo mihi numerus, qui cōmode capiat diuisionē in partes tertias & sextas, qualis est 24, 36, & alij. Ponam ergo 24 cuius $\frac{1}{3}$ est 8, & $\frac{1}{6}$ est 4, quæ ambæ partes si auferantur à toto 24 manebunt 12, longe ergo absumus à solutione quæstionis, quæ ponit mansisse 36. Quia tamen habeo notum totum 24. sectum in partes eiusdem proportionis cuius sunt illæ, quas proponit quęstio, & scio post illas sectiones mansisse 12, sic deueniam ad numerum quæsitum. Si 12 manserunt ex toto 24 post ablatam $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$, ex quo toto post similem ablationem manebunt 36.

Dic ergo: 12 ex 24. Ex quo 36? 72.

Nā si ex 72 aureis expenderit $\frac{1}{3}$ quę est 24, & $\frac{1}{6}$ quæ est 12, manebūt illi 36 aurei.

Aliud exemplum. Miles gregarius, Decurio, & Centurio partiri volunt spolia 245 aureorum, ea lege vt Decurio duplo plus, & Cēturio triplo plus accipiat quam Miles. Hic sumendus numerus

qui

qui facile multiplicetur in duplũ & triplum: Ponamus ergo milites accipere 6 aureos, quare Decurio accipiet 12, & Cẽturio 18, & omnes simul acceperint 36, cum tamen habeant 245 diuidendos. Dic ergo

Si 36 dant 6, quãtũ dabũt 245? 40 $\frac{30}{36}$ seu $\frac{5}{6}$

Nam si miles accipiat 40 $\frac{5}{6}$ Decurio habebit 80 $\frac{10}{6}$ & Centurio 120 $\frac{15}{6}$ qui numeri simul sumpti sunt 245.

Non est tamen dissimulandum huiusmodi quæstiones sepe expeditius posse solui quam per regulam falsi. Vt in postremo exemplo si miles accipiatur pro 1. Decurio pro 2. Centurio pro 3. vt omnes simul sint 6 & per hunc numerum diuidatur summa proposita prodibit Quotiens 40 $\frac{5}{6}$ pro militis portione, ex qua reliquæ definientur. Item in penultimo exemplo cum illæ expenderit $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{6}$ suæ pecuniæ, reducantur hæ fractiones ad vnã & fient $\frac{3}{6}$ siue $\frac{1}{2}$. Expẽdit igitur dimidiũ suorũ aureorũ & cũ restent 36 sine dubio habuit 72. Hæc ideo monuerim, quod sæpe non sit opus recurrere ad regulam falsi, cum quis diligenter attendit

teno-

tenorem quæstionis.

Explicuimus igitur vim atque vsum regulę falsi, in qua vnicus ponitur numerus ad alterum inuestigandum, quæ ideo dicitur regula falsi simplicis positionis. Est enim alia duplicis positionis per quā omnes quęstiones solui possunt, quæ enodantur per simplicem positionem, & multo etiam plures de qua capite sequenti. Quibus vero in quæstionibus manca sit simplex positio, vt propterea ad duplicem sit recurrendum hoc loco discernamus, id enim video interesse non parum & obscurè admodum aut imperfectè traditū hactenus. Diximus initio regulam simplicis positionis totam niti regula Proportionum. Affirmo igitur tunc esse vtilem, cum in quæstione exprimitur proportio terminorum vel inter se, vel in ordine ad numerum incognitum qui quæritur. Quando vero ponuntur termini in quæstione quorum proportio non exprimitur, huic quęstioni nō potest satisfieri, per simplicem, sed duplex positio est adhibenda. Exempli caussa; si quis quærat numerum ex cuius dimi-

dimidio ablatis 6 maneant 2, non potuit satisfieri per simplicem positionem, seu per regulam proportionum: quia non exprimitur proportio ipsius 6, vel ad dimidium, vel ad totum numerũ qui quæritur. Vnde alterum indiciu n practicum licebit colligere vt discernas quando vtendum sit duplici positione. Quotiescunque enim tenor quæstionis est huiusmodi, vt numerus aliquis qui in quæstione datur, debeat adhiberi ad sectionẽ numeri quam sum positurus; tunc opus est duplici positione. Vt in exemplo allato, si velim procedere iuxta quæstionem, assumam verbi gratia numerum cognitum 24, ex cuius dimidio auferam 6: Vides igitur numerum 6, qui datus est in quęstione, adhiberi ad sectionem numeri, qui ponitur ad alterum inuestigandũ: quare vnica positio & regula proportionum hic non satisfaciet; nam vt maneremus intra proportiones deberent 24 diuidi non per 6, sed per numerum qui haberet se ad 24, sicut 6 se habet ad numerũ incognitũ; deberet ergo indicari per quæstionem quæ sit illa proportio, &
tunc

tunc locum haberet regula proportionum.

Quando igitur quæstio non satis exprimit, qua sit terminorum proportio, videndum est an ea proportio non possit colligi ex iis quæ dicuntur. Vt quia in exemplo allato dicitur, ablatis 6 ex dimidio manere 2; sine dubio dimidium illud est 8, sunt autem 6 tres quartæ ipsius 8. Quare si in quæstione exprimatur, hæc proportio poterit solui per regulam proportionum. Vt si quæratur quis sit numerus ex cuius dimidio ablatis $\frac{3}{4}$ ipsius dimidij, maneant duo. Dicam sic: Ex dimidio ipsius 24, quæ est 12, ablatis $\frac{3}{4}$ manent 3. Nunc vero per regulam proportionum.

Si 3 ex 24. ex quo prouenient 2? 16.

Nã si ex dimidio ipsius 16 quod est 8 auferãtur 6, manebũt 2, vt volebat quæstio.

Aliud exemplum. Quot aureos habet ille qui si accipiat insuper $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ suæ pecuniæ, & præterea 50 aureos, habiturus est aureos 300? Non potest etiam hæc quæstio solui per regulam proportionum; quia non exprimitur

proportio ipsius 50 ad numerum incognitum qui quæritur; siue quia operando iuxta tenorem quæstionis, numerus 50, qui dicitur in quæstione, esset etiam adhibendus ad numerum ponendum per suppositionem falsi: deberet autem adhiberi non 50, sed numerus qui se haberet ad numerum ponendum, sicut se habet 50 ad numerũ qui quæritur. Quia vero illa proportio non potest colligi ex ijs quæ dicuntur in quæstione, hinc solui non potest quæstio per regulam triũ.

Tunc vero considerandum est, an illud cuius proportio sciri nequit, non possit separari à reliquo quæstionis. Dicit quæstio; si 50 addãtur ad partes nominatas, fore aureos 300. Separentur ergo 50 a 300 postea restituenda: & manebunt 250. Quæratur deinde iuxta tenorem reliquæ quæstionis quot aureos habeat ille, cui si addatur $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ habiturus est 250. Ponamus illum habere aureos 48, ac proinde si addatur $\frac{1}{2}$ seu 24, $\frac{1}{3}$ seu 16: & $\frac{1}{4}$ seu 12, habebit 100, debebat autem habere 250. Dic ergo.

Si 100 proueniũt ex 48, Ex quo 250? 120.

Nam

Nam si ipsis 120 addantur dictæ partes, quę sunt 60. 40. 30. efficientur 250; quibus si adiungas 50 quæ sepofueram, prodibunt 300. Habet ergo ille 120 aureos. & sic soluta est quæstio.

Duobus igitur hisce modis quæstiones solui potuerunt per simplicem positionem, quibus alioqui adhibenda foret duplex positio; inquirendo nimirum proportionem terminorum, quę non satis exprimitur, vt in penultimo exemplo; aut si ea proportio non potest inueniri, separando a quæstione illud cuius ignoratur proportio, vt factum est in exemplo vltimo. Quod si quęstio ita sit intricata vt neutro modo iuuari possimus, vtendum erit regula duplicis positionis, quam aggredimur explicare.

De Regula falsi duplicis positionis.
CAPVT XVII.

PROPOSITA quæstione per hanc regulam enodanda, accipietur quiuis numerus commodus ad diuisiones, quas postulat quæstio, vt iam monuimus, isq; examinabitur an satisfaciat quæstioni. quod si non satisfecerit accipietur alter

numerus similiter examinandus; & si nec hic quidem satisfecerit, tunc ex duobus erroribus verus numerus elicietur aptus ad soluendam quæstionem. Nam aut errores erunt similes, vt sit cum vterq; peccat siue per excessũ, siue per defectũ; vel erunt dissimiles, ita vt vnus sit per excessum, alter vero per defectum; Quouis autem modo peccari contigerit elicietur veritas, ex sequentibus.

PRAXIS I.

Quando errores sunt similes.

Numerus, qui primo ponitur, collocetur supra in sinistra crucis parte, & infra error scribatur, adiuncta litera P si plus sumptum est quam oportuit, aut litera M, si minus. Numerus vero secundæ positionis in parte crucis dextra annoterur cum suo errore supposito: minor deinde errorum ex maiore subtrahatur, & residuum, quod erit differentia errorum, ad pedem crucis notetur; hic enim numerus erit diuisor in operatione per quam quæstio enodabitur. Collocatio igitur terminorum erit qualis hic

hic apparet, vt prima positio A ╲╱ C
sit vbi A, primus error vbi B, B ╱╲ D
secunda positio vbi C, secun- E
dus error vbi D, Differentia errorum seu diuisor vbi E.

Terminis sic collocatis multiplicentur numeri positi per errores alternos; hoc est prima positio per errorem secũdum, & secunda positio per errorẽ primum; minor deinde productorum numerus subtrahatur ex maiore, & residuum quod erit differentia productorum, diuidatur per differentiam errorum, quod infra crucem pro diuisore annotari iussimus: nam Quotiens huius diuisionis erit numerus qui queritur ad soluẽdam quæstionem.

Exemplum. Quæritur numerus ex cuius dimidio si auferas $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ manent 8? Pro prima positione accipio 36 cuius dimidum est 18, ex quo sublata $\frac{1}{2}$ quæ est 9, manent 9, & hinc sublata $\frac{1}{3}$ eiusdem 18, quæ est 6 manent 3, cum debuissent ad soluendam quæstionem manere 8. Defecimus ergo à veritate per 5, quæ infra annoto cum litera M, quia error est per de-

fectum. Sumo deinde pro secunda positione 60, cuius dimidium est 30, ex quo ablata ½ manent 15, & insuper ablata ⅓ manent 5, debuissent autē manere 8. Rursus ergo errauimus per defectū & error est 3, quo errore ex primo 5 subtracto manent 2, differentia errorum seu diuisor. Terminis dispositis multiplico primam positionem 36 per errorē secundum 3, fiūtq; 108: item secundam positionem 60 duco in primum errorem 5, & prodeunt *300*. Subtraho ergo 108 ex *300* & manet *192*, quæ diuido per differentiam errorū, seu per diuisorem 2, & Quotiens est *96*; atque hic numerus est qui quæritur & satisfacit quæstioni: eius enim dimidiū est 48 ex quo si auferatur ½ quæ est 24 & ⅓ quę est 16 manebūt 8 vt volebat quęstio.

	X	
36 M		60 M
5		3
	Diuisor 2	

Eadem plane methodus seruabitur cū vterque error continget per excessum. Vt ad soluendam eandem quæstionem, si prima positio sit *120*; error per excessum notatus litera P erit *2*. Deinde secundus error per excessū sit *7*; differentia errorū seu diuisor erit 5 productum ex pri-

	X	
120 P.		180 P.
2		7
	Diuisor 5	

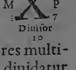
ma positione in errorem secundum fiet *840*, productum alterum ex secunda positione in errorem primum *360*, Differētia horum productorum *480*, quæ si diuidantur per differentiã errorũ, seu per diuisorē 5 fit quotiens *96*, qui numerus, vt supra ostensum est, satisfacit quæstioni.

PRAXIS II.

Quando errores sunt dissimiles.

Numeri circa crucem collocabuntur vt prius, adiecta litera P. vbi erit excessus, & litera M. vbi defectus.

Colligentur deinde errores in vnam summam, & hæc summa erit diuisor; similiter colligētur in vnum numeri producti ex positionibus alternatim per errores multiplicatis, atque hæc summa si diuidatur per summam errorum quotiens erit numerus quæsitus. Vt in eodem exemplo quo quæritur numerus, ex cuius dimidio sublata $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{7}$ maneãt 8, si prima positio sit *60*, error per defectũ erit *3*; si deinde secũda positio sit *180*, error per excessũ erit *7*; atque hi errores collecti in vnum dabũt diuisorem *10*. Multiplicentur ergo *60* per



7, & fient 420; item 180 per 3 & prodibunt 540, atque adeo si amb[illegible] producta 420 & 540, colligantur in v[illegible]m summã fient 960, quæ si diuidas [illegible]r summam errorum 10 Quotiens erit [illegible] 6 quem numerum ostendimus quæsti[illegible]ni satisfacere.

Breuiter cum errores sunt similes differentia productorum diuiditur per differentiam errorum; cum vero errores sunt dissimiles summa productorum diuiditur per summam errorum; & vtroque modo fit Quotiens satisfacturus questioni.

De extractione Radicis Quadratæ.

Capvt XVIII.

Nvmervs Quadratus est qui ex aliquo numero in seipsũ ducto producitur. Vt 4 est numerus Quadratus quia fit ex multiplicatione ipsius *2* per seipsum: nam *2* in *2* sunt 4. Item *16* est numerus quia ex 4 in 4 gignitur. Quin etiam ab Arithmeticis licet improprie

1 dicitur Quadratum quia *1* in 1. facit *1*. Numeri igitur quadrati ſic dicti ſunt quod vnitates quibus conſtant paribus interuallis, ac diſponi poſſunt, vt Quadrati formam exhibeant, cuius figuræ latera omnia & anguli omnes ſunt æquales. Exempli gratia ſi numeri 16 quatuor vnitates in vna fronte collocentur, ac deinde tres alij quaternarij paribus ſpatijs diſtincti, efficietur Quadratum quale hic viſitur.

16



Radix Quadrata, latus, ſeu coſta Quadrati eſt numerus qui in ſe ductus producit quadratum; vt 2 eſt radix quadrata ipſius 4; ipſum autem 4 eſt radix quadrata numeri 16 &c. Dicitur autem hæc radix coſta ſeu latus; quia in latere Quadrati vt ſupra ex vnitatibus conſtructi, latus quodlibet conſtituitur ex vnitatibus radicis.

Extractio igitur radicis quadratæ eſt inuentio numeri qui ductus in ſe ipſum producat numerum propoſitum. Vt extractio radicis quadratę ex numero 4, eſt inuentio ipſius 2, qui ductus in ſeſe gignit

nit numerum propositum 4. Quia vero in extractione radicis ex maioribus numeris, qui multis notis constant, opus est in promptu esse radices & quadrata notarum simplicium infra 9, visum est tabellam hic adijcere earum tam radicum quam Quadratorum. Non sufficit autem ad inueniendum quadratum multiplicare partes radicis in seipsas, sed producta toties multiplicari debēt, quātus est illarum partium denominator; vt si quæratur quadratum radicis 6, diuisa radice in partes secundas 3 & 3, non sufficit earum quadrata in vnum colligere, quæ sūt 9 & 9, seu 18, sed oportet hęc producta 9 & 9, seu 18, multiplicare per 2 qui est denominator partiū 3 & 3; & tūc fient 36 quadratū ipsius 6. Idē obseruandū in quibusuis maioribus numeris.

Radices	Quadrata.
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

PRAXIS I.

Proposito numero cuius radix quadrata inquiritur, scribatur punctum sub pri-

prima eius nota ad dextram, & deinde ſub alijs p[illegible]tis alternis, ita vt vna interijciatur n[illegible]n notata: quot enim erunt puncta, tot[illegible]dem veluti erunt dati numeri membra, & totidem notis conſtabit radix quad[illegible]ata, quæ quæritur. quando ergo num[illegible]us notarum erit impar tunc ſupra primum punctum ad ſiniſtram erit vnica nota, vt apparet in hoc numero 25984 cum autem par erit notarum, numerus, tunc ſupra primum punctum erunt duę notæ vt in hoc numero 216068 ſupra punctum primum ſunt duæ notæ 21.

Notis ad eum modum diſcriminatis, incipiatur à ſiniſtris vt in diuiſione, & quæratur radix vnius aut duarum notarum, quæ ſunt ſupra primum punctum; cum vero notæ illæ non erunt præciſe quadratæ, ſumetur radix quæ ſumi poterit maxima. Hæc igitur radix inſtar Quotientis ponetur intra lineolam curuam; & eadem radix inſtar diuiſoris ſcribetur ſub primo puncto. Poſtea vero vt in diuiſione fit, ducetur diuiſor in Quotien-

tientem, hoc eſt, radix in ſeipſam; productumque ſubtrahetur ex notis primi puncti ſeu membri, reſiduo ſuperſcripto: nam radicis extractio plane imitatur diuiſionis methodum.

Exempli cauſſa. Quæritur Radix quadrata numeri 216068: Signo igitur punctum ſub 8 & ſub alternis deinde notis.

Deinde quæro quæ ſit radix primi membri 21, quod quia non eſt perfecte quadratum, ſumo ex eo quam poſſum maximã radicem, quæ eſt 4. quam noto tam loco quotientis, quam etiam loco diuiſoris. Dico deinde 4 in 4 ſunt 16, quæ ſublata ex 21, relinquunt 5. Superſcribo igitur 5 reliquis notis confixis; & peracta eſt prima operatio. Atque hęc operatio prima ſemel ſemper fit in extractione radicis ex primo membro, neque amplius in progreſſu reliquæ extractionis adhibetur. At praxis ſequens repetetur toties quot erunt reliqua puncta ſeu membra.

```
 5
2̸1̸6068 (4
 .  .  .
 4
```

PRAXIS II.

Totus quotiens (qui post secundum membrum pluribus notis constabit) duplicetur, & productum scribatur sub sequenti membro instar diuisoris. quæratur deinde quoties hic diuisor contineatur in notis superpositis, & quoties continebitur, tantus erit sumendus quotiēs qui addetur radici in quotiente & simul sub sequenti puncto notatus adiungetur diuisori. Vt in exemplo inchoato; duplico Quotientem 4 & fiunt 8, quæ scribo instar diuisoris sub secūdo membro 560 non sub 5 sed sub 6, quemadmodum iubet lex diuisionis. Quæro deinde quoties 8 in 56 & quāquam haberi possit septies, quia tamen non solum 8 erit diuisor sed etiam quotiens quem sumpsero addi debebit diuisori, non possum sumere septies, sed sexies tantum. Adscribo igitur quotienti seu Radici numerum 6, & eūdem addo diuisori collocando sub secūdo puncto, vt vides in exemplo. Diligenter ergo antequam incipias multiplica-

```
  5
1̶2̶6068 ( 46
4̶86
```

plicare per quotientem animaduertes in diuiſione an poſſit fieri ſubtractio. Quam ad rem ſeruire poteſt tabula Pythagorica mobilis vt cap. 7. docuimus.

Collocato igitur apto Quotiēte & diuiſore, multiplicatio & ſubtractio faciēda eſt vt in diuiſione. Vt in noſtro exemplo dico, 6 in 6 ſunt 36, quæ ablata ex 60 relinquunt 24. Deinde 6 in 8 ſunt 48 quæ ablata ex 52 relinquūt 4: atq; ita abſoluta eſt ſecūda operatio. Obſeruabis autē peracta hac operatione, & cuiuſuis radicis alia extractione non poſſe manere pluſquam duplum radicis inuentę, vt in noſtro exemplo peracta vtraque, quam iam fecimus, operatione non poteſt manere pluſquam duplum radicis 46. Nam numerus omnis quadratus ſuperat proxime minorē duplo radicis ipſius quadrati minoris, & inſuper vnitate; ſi ergo poſt extractionē, manet duplum radicis & aliquid amplius, numerus datus eſt Quadratus maior ex quo proinde maior radix potuit extrahi quam ea quæ extracta eſt.

4
5̸2̸4
2̸1̸6ø68 (46
4̸86

Tertia

Tertia operatio & quotquot deinceps erunt necessariæ, eodem modo fient quo secunda. Duplicabitur nimirum totus quotiens & productum sub notis sequentis membri collocabitur, quæretur quotiens, idemque addetur diuisori; multiplicabitur diuisor, & subtractio fiet vt prius. Vt in nostro exemplo, duplico 46 & fiunt 92, quæ scribo sub tertio membro. quero deinde quotientem & inuenio 4, quem adiungo tam radici, quã diuisori. Multiplico deinde 4 in 4, & fiũt 16, quæ ex 68 relinquunt 52; amplius 4 in 2 sunt 8, quę ex 45 relinquunt 37. Denique 4 in 9 sunt 36, quæ ex 43 relinquunt 7. atque ita absoluta est extractio, post quam manent 772, quæ non sunt amplius quam duplum radicis inuentæ, quæ est 464.

7
437
82482
216068 (464
4862 4
9

Si diuisor in superioribus notis ne semel quidem contineretur, scribenda est cyfra in quotiente (vt etiam fit in diuisione) & deinde duplum quotientis scriben-

bendum loco diuisoris sub sequenti mẽbro, vt vides factum in exemplo adiecto.

Quod si non posset etiam ex membro sequẽti radix extrahi; adiectâ quotienti cyfrâ, peracta esset operatio vt apparet in adiecto exemplo, in quo radix est 50 & manent 30.

	287
	c ɫ89ɫ (402
	ɫ88øɫ
	ɫɫ30 (50
	5

Si in numero ex quo fit extractio sint cyfræ, & antequam absoluatur extractio per omnia membra nulla maneat nota significatiua, addentur Quotienti seu radici tot cyfræ quot supererunt puncta, seu membra a quibus non est facta extractio.

Vt de 40000. radix erit 200 quia ipsius 4 radix est 2, postquam autem duxeris 2 in 2, & subtraxeris, nihil manebit ex 4: addantur ergo duæ cyfræ, quia adhuc duo membra supersunt ex quibus non est facta extractio, & res tota erit peracta.

EXAMEN I.

Reijce 9 ex radice inuenta & residuũ nota in vtroque crucis latere. Hęc inter se

se multiplica & ex producto simulq; ex notis, si quæ manserunt post extractionem, aufer etiam 9; residuo in capite crucis notato. Aufer denique 9 ex radice, & si residuum consentit cum eo quod est in capite crucis recta fuit operatio.

EXAMEN II.

Duc radicem in seipsam & productis partialibus adde notas post extractionē remanentes, si quæ sunt; hęc collige per additionem & redibit numerus ex quo facta est extractio, si nullus error interuenit.

Methodus altera extrahendi radicem Quadratam.

Post extractionem radicis ē primo membro, quę a superius dictis nihil differt, operatio secunda & reliquæ deinceps hoc modo fient. Radix inuenta seu totus Quotiens multiplicabitur per 20 (nam hic numerus perpetuo adhibebitur, & propterea dicitur numerus peculiaris huius extractionis) eritque productum loco diuisoris, per quem notæ sequentis membri diuidētur: atque huius

diuifionis Quotiens, erit radix noua prioribus addenda. Vbi tamen obferua poft hanc diuifionem non debere manere minus quam fit quadratum nouæ radicis feu Quotientis: adeo vt fi minus manferit, Quotiens feu radix noua minuenda fit vnitate. Per hanc deinde radicem nouam multiplico diuiforem, & producto addo Quadratum eiufdem radicis pofterioris, totamque fummã fubtraho ex notis fecundi membri & peracta eft operatio.

Exempli cauffa fit radix extrahenda de 61843. Extrahetur imprimis radix de 6, & manebunt 2, & erit etiam radix 2. Hanc ergo radicem conftituo primo loco & interiecta lineola fubijcio 20 numerum peculiariter feruientem omni operationi huius extractionis, per quẽ multiplicata radice 2 fit diuifor 40, ac per hunc diuiforem diuifis notis fequẽtis membri 218, fit Quotiẽs 5, cuius quadra-

```
2—20—40—4—160     242
         16 16     61843 (24
            176    476
                   1
```

dratum est 25, manentque post hanc diuisionem solum 18; monuimus autem nō deberemanere minus quam sit Quadratum quotientis. Quotiens ergo seu noua radix minuenda est vnitate: & erit noua radix 4, cui subscribo quadratum 16. Est quidem paulo longior hic circuitus ad nouam radicem inueniendam, sed tyronibus securior, quia non est periculum sumendi nimium magnam radicem & errandi. Per hanc ergo posteriorem radicem 4, multiplico diuisorem, 40 & fiunt 160, quibus addo quadratū radicis quod est 16, & fiunt 176 subtrahenda ex secundo membro, vt vides factum.

Amplius pro tertia operatione totam radicem 24 multiplico per 20 (nam hic numerus idem sumitur in omni operatione) & fit diuisor 480 per quem diuido 4243 notas membri

24—20—480—8—3840   3
    64   -64   24239
    3904   61843 (248
47604
139

ſequentis & fit Quotiens ſeu Radix noua 8, cuius quadratum eſt 64. Multiplico deinde diuiſorem 480 per nouam radicem 8 & producũtur 3840 quibus addo radicis quadratum 64, & fiunt 3904, quæ ſubtracta ex tertio membro relinquunt 339 vt in exemplo vides.

De inuentione radicis in numeris non Quadratis, quę proxime ad veram accedat.

CAPVT XIX.

QVIA raro contingit numerum cuius radix inuenięnda eſt perfectè eſſe Quadratũ, plerumque habetur radix numeri minoris eo qui proponitur, vt apparuit in exemplo ſupra allato. Eſt igitur operę pretium videre quibus vijs poſſimus ad radicem vere propinquam pertingere in huiuſmodi numeris non Quadratis. Et quia pro ratione ſubiectæ materiæ nũc tutius eſt accipere radicem paulo maiorẽ, nũc paulo minorẽ; modos trademus, quibus & iuſto minor, & iuſto maior, inſẽſibili diſcrimine radix perquiratur.

Prima igitur via, quâ radix tam iusto maior, quam iusto minor possit inquiri, est ea quâ usi sumus in fractionibus. Adijciantur ad numerum propositum aliquot cyfrarum binarij, & ex numero sic aucto quæratur radix, ex qua si abijcias tot notas, quot sunt additi cyfrarum binarij, & reliquis fractionẽ adiũgas, cuius numerator sint figuræ abiectę, denominator vero 1, cum tot cyfris. quot sunt additi binarij, fiet radix paulo minor quã iusta. Quod si numeratori huius fractionis addatur vnitas, fiet radix iustâ paulo maior. Vt si extrahenda sit radix de 14, qui numerus nõ est quadratus, & ex quo sine fractione non potest maior radix haberi quam 3, cuius quadratum est 9 lõge distans a 14. Addo igitur vnum binariũ cyfrarum, & ex 1400 extraho radicem 37 iusto minorem, quia mansit aliquid post extractionem. Quia vero adieci vnũ binarium cyfrarum, tollo ex radice 37 vnam figuram, quam pono loco numeratoris, & pro denominatore pono 1; cũ vnica cyfra, quia vnicum binarium addidi cyfrarũ. Fit ergo radix secunda $3\frac{7}{10}$ cu-

quadratum est 13 $\frac{69}{100}$, multo propius accedens ad numerum propositum 14, quã primum quadratũ 9 ortum ex radice 3.

Quod si lubeat habere radicem iusto maiorem, ad fractionis numeratorem adijciatur vnitas. Nam hæc radix 3 $\frac{8}{10}$ erit aliquanto maior iustâ; huius enim quadratum est 14 $\frac{44}{100}$ quod excedit numerum propositum 14.

Item si in exemplo supra allato cum quæritur radix de 214068, addam duas cyfras & queram radicem de 21406800, quæ erit 4626; sumam ergo pro numeratore fractionis 6, & denominatorem 10, fietque radix propinquior 426 $\frac{6}{10}$ seu $\frac{3}{5}$ paulo minor iusta, at paulo maior esset 426 $\frac{7}{10}$.

Quod si in his exemplis adiuncti fuissent duo aut plures binarij cyfrarũ, multo propinquior veræ radix prodiisset.

Hac etiam via, quod supra indicauimus, inquiri poterit radix propinqua fractionum quæ Quadratæ non fuerint.

Ducatur enim numerator in denominatorem, & producti quære radicem propinquam adiectis quot videbitur cyfra-

frarum binarijs. Hæc deinde radix diuidatur per denominatorem; vel per hanc radicem diuidatur numerator; nam vtroque modo prodibit radix propinqua datæ minutiæ.

Secunda methodus inquirit radicem veræ propinquam sed semper iusto maiorem, & procedit hoc modo.

Quod remansit post vltimam radicis extractionem, fiat Numerator, duplum vero radicis inuentę, quam primum vocabimus, fiat denominator fractionis, hæc enim minutia addita primæ radici constituet radicem secundam vere propinquiorem. Vt si quæratur radix de 14. inueniatur prima radix 3, cuius quadratum est 9 quod vocatur primum quadratum; facta ergo extractione huius quadrati ex numero proposito 14, manent 5; accipiatur ergo pro numeratore 5, & duplum primæ radicis, quod est 6, loco denominatoris, adijciaturque fractio primæ radici & fiet radix secūda $3\frac{5}{6}$ cuius quadratum ordine secundum est 14 $\frac{25}{36}$ quod maius quidem est numero proposito 15, longe tam propius accedit quam qua-

 dratum

dratum primum 9 ex radice 3. Amplius, si lubet propius ad veram accedere, excessus quadrati secundi supra numerum propositum diuidatur per duplum radicis secundæ, & Quotiens adijciatur secundæ radici, sic enim fiet radix tertia veræ propinquior quam secunda. Vt in exemplo nostro excessus Quadrati secũdi 14 $\frac{25}{36}$ supra numerum propositum 14, est ipsa fractio $\frac{25}{36}$, quæ si diuidatur per duplum radicis secundæ, quod est $7\frac{4}{6}$ fiet quotiens $\frac{150}{1656}$, quæ fractio si auferatur ex radice secunda, fiet radix tertia $3\frac{7380}{9936}$ propinquior veræ quam secunda. Eadem via posset inquiri radix quarta proprior quam tertia, & sic in infinitum.

Tertia methodus priori in progressu similis inquirit radicem minorem ac minorem semper quam sit radix vera, hoc modo pro numeratore fractionis accipe id quod remansit, vt prius, at denominator erit duplum radicis primæ adiecta vnitate; sic enim fit fractio, quæ addita primæ radici dat secundam iusto minorem. vt in eodem exemplo, post subla-

tum primum quadratum 9 ex numero 14. manēt 5 quæ fiunt numerator; & denominator est 7, duplum scilicet radicis primæ 3, cum adiecta vnitate: est ergo radix secunda $3\frac{5}{7}$ cuius quadratum ordine secundum $13\frac{38}{49}$ deficiens à numero proposito 14. fractione $\frac{11}{49}$. Hic igitur defectus (si propius adhuc voles ad veram radicem pertingere) diuidatur per duplum radicis secundæ simul cum defectu eiusdem radicis à radice proxime maiore in numeris integris, & Quotiēs adiectus radici secundæ dabit tertiā veræ propriorem. Vt quia radix secūda est $3\frac{5}{7}$ deficit à radice proxima integrorum quæ est 4. defectu $\frac{2}{7}$ hic igitur defectus addatur duplo radicis secundæ & fient $7\frac{5}{7}$ per quem numerum si diuidatur defectus quadrati secundi qui est $\frac{11}{49}$ fiet quotiens $\frac{77}{2646}$ quæ fractio addita radici secundæ dabit tertiam veræ viciniorem, & sic in infinitum propius quidem repetendo eandem operandi formam accedetur ad veram, numquam tamen ad eam peruenietur.

De

De extractione Radicis ex minutia.

CAPVT XX.

QVÆRATVR radix tam numeratoris quam denominatoris, sic enim prodibit numerator & denominator minutiæ nouæ quæ prioris erit radix. Quod si vel numerator vel denominator radicem non habet exactam, tunc tota fractio radicem exactam non habet.

Vt huius minutię $\frac{4}{9}$ radix est $\frac{2}{3}$ quia ipsius 4 radix est 2, & ipsius 9 radix 3. At quia in hac $\frac{4}{7}$ denominator radicem nō habet, tota etiam radix non habebit, sicut nec illa $\frac{7}{4}$ quia numerator radicem præcisam non habet. In his tamen radix verę propinqua inquiri potest vt in numeris integris adijciendo tam numeratori, quam denominatori parem numerum cyfrarum vt supra docuimus.

Quando vero quæretur radix integrorum cum adhærente minutia, resoluentur integra in fractionem annexam. vt si quæratur radix de 12 $\frac{1}{4}$ resoluentur in minutiam & fient $\frac{49}{4}$ cuius radix est $\frac{7}{2}$

seu

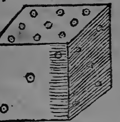
seu $3\frac{1}{2}$. Item si detur radix constans integris cum fractione, fiet resolutio in fractionem, & tunc tota fractio multiplicabitur in seipsam vt habeatur quadratum. Vt si quæratur quadratũ radicis $3\frac{1}{2}$ fiet resolutio radicis in $\frac{7}{2}$ quæ fractio multiplicata per seipsam dat quadratũ $\frac{49}{4}$ seu $12\frac{1}{4}$.

CAPVT XXI.

De extractione Radicis Cubicæ.

CVBICVS numerus est qui gignitur ex ductu numeri in seipsum & rursus ex ductu eiusdem numeri in productum. Vt 8 est numerus cubicus quia fit ducendo 2 in 2, vt fiant 4, & rursus ducendo 2 in productum 4, vt procreentur 8. Fit ergo cubus geminata eiusdem numeri multiplicatione, vt cum dico bis duo bis, gignitur cubus 8, cum vero dico ter tria ter, produco cubum 27 & sic de reliquis.

Nomen accipit cubicus numerus à Cubo corpore geometrico, quod est instar aleæ, clausum scilicet sex superficiebus quadratis equalibus in hanc formã: sicut



ſicut enim ex ductu lateris cubi in alterū latus intelligitur à Geometris produci ſuperficiem quadratam, & ex ductu huius ſuperficiei in eādem lateris lineam conſtitui cubum; ita apud Arithmeticos ex multiplicatione, numeri in ſeipſum ſeu alterum ſibi æqualem, fit numerus quadratus, ac rurſus hoc Quadrato per eundem numerum multiplicato fit cubus.

Radix Cubica, latus ſeu coſta cubi eſt numerus ille cuius gemina multiplicatione fit cubus vt radix cubica numeri 8 eſt 2, numeri 27 eſt 3 &c. Habes autem hic cubos ſimul cum quadratis prouenietibus ex radicibus nouem digitorum infra numerum denarium.

Radices	Quadrata	Cubi
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Pra-

PRAXIS I.

Extractio radicis Cubicæ proportione quadam, fit vt extractio Quadratæ. Primo enim signantur notæ duabus sine puncto intellectis. Deinde accipitur radix cubica quanta potest maxima ex notis primi membri, & eius radicis cubus ex eisdem notis extrahitur, reliquo superscripto. Vt si cubica radix extrahenda est de 1842639, signabuntur puncta vt hic vides. Deinde quia ad primum punctum pertinet solum 1, ea pro radice sumenda est, cumque eius cubus sit 1, 1 ab 1 ablatum nihil relinquet atque ita absolutum est primum membrum, quæ operatio tantum semel fit.

1842639 (1
1

PRAXIS II.

Secunda operatio & reliquæ facilius fient & certius iuxta methodū posteriorem extractionis Quadratę. Sicut ergo ibi quia duplicandus erat Quotiens, ad 2 adijciebatur vna cyfra, & numerus peculiaris illius extractionis erat 20; ita hic quia triplicandus est quotiens, numerus pecu-

peculiaris eſt 3 cui adduntur duæ cyfræ, quia duæ notæ inter punctis interijciuntur. Eſt ergo numerus peculiariter huic extractioni ſeruiens 300. Et quia cubus ex geminata multiplicatione gignitur, hinc alter etiã numerus multiplicans eſt neceſſarius qui eſt 30. Per hos ergo duos numeros 300, 30, in omni extractione cubica ſemper fit multiplicatio, ad radicẽ inueniendam. Vt in proſecutione noſtri exempli. Quadratũ radicis inuentæ ponitur primo loco & ſub ea radix ipſa. Deinde ponũtur ad latus numeri peculiares 300, 30. Multiplicatur deinde ſuperiores

Quad. 1-300-2-600			1 1 4
Radix. 1- 30-4-120			1842369(12
	— 8	8	
Diuiſ.	330	728	1728

inter ſe 300 in 1 & inferiores quoq; inter ſe 30 in 1, quibus in vnũ collectis fit diuiſor 330; per quem diuido notas mẽbri ſequẽtis, quæ ſunt 842, fitque quotiens 2 adiungendus radici priori. Quod ſi diuiſor ne ſemel quidẽ contineretur in notis membri ſequẽtis, radix eſſet cyfra & notanda ſuo loco in radice (vt in omni diuiſione & extractione radicũ fit) pergẽdũque ad aliud mẽbrũ. Poſtquã ergo inuẽtã

eſt

est radix noua 2 scribitur post numeros prius dispositos, & sub ea quadratũ 4 & cub⁹ 8. Deinde per radicẽ 2, multiplicatur numerus proxime antecedẽs 300, & fiũt 600 notãda cõsequẽter. Per quadratũ itẽ 4 multiplicatur antecedens numerus 30 & fiunt 120, quibus addo cubũ 8, & omnibus collectis fiunt 728 extrahenda ex 842, manebũtque 114 vt vides in exemplo. Quod si tantum prodiret in vltima collectione vt subtractio non posset fieri, tunc radix esset minuenda & iteranda operatio, ab eo loco vbi radicẽ 2, cum suo quadrato & cubo iussimus collocari.

Sequentes deinde operationes nihil differunt à secunda, vt si hoc exemplum lubet absoluere. Radicem 12 colloco sub suo quadrato 144 ac deinde numeros peculiares 300 & 30. Multiplico deinde su-

144—300—43200—2—86400
12—30—360—4—1440
—— 8 8
43560 ——
87848

periores inter se & fiunt 43200, inferiores vero multiplicati dant 360; quibus collectis fit diuisor 43560, per quem diuido

do notas ſequentis membri 114639, &

```
   26
 114791
1842639 ( 122
1728848
   87
```

```
    ?
    6
11 X 5
    6
```

fit quotiês eademq; radix 2. Sub ea ergo colloca quadratum eiuſdem 4,& Cubũ 8. Duco deinde 2 in 43200, & prodeunt 86400 item ex quadrato 4 in 360 fiunt 1440, quibus addito cubo 8, fit ſumma 87848 ſubtrahenda ex notis ſuperpoſitis 114639, manentque 26791. & ſic quãtum fieri potuit ex dato numero extracta eſt radix cubica 122.

Quod attinet ad notas remanentes & minutias, extrahi ex vtriſque poterit radix veræ proxima adiiciendo aliquot cyfrarum ternarios, quemadmodum binarij adjciebantur ad extractionem radicis Quadratæ, & reliqua inſuper proportione fient vt ibi præſcriptum eſt.

EXAMEN I.

Adijciantur 9 ex radice & reſiduum in vtroque crucis latere ſcribatur, Idque reſiduum multiplicetur cubice, & ex pro-

ducto ſimulque ex notis remanentibus, ſi quæ fuerunt, tollãtur 9, reſiduo notato in capite crucis. Reijciantur denique 9 ex numero, de quo radix eſt extracta, & ſi quod hinc reſtat conſentit cum eo quod eſt in capite crucis, rectè habet extractio.

EXAMEN II.

Radix inuenta multiplicetur cubice, & producto adde notas remanentes, ſi quæ fuerunt; nam omnibus in vnum collectis redibit numerus ex quo facta eſt extractio, niſi error alicubi interuenerit.

FINIS.

INDEX CAPITVM.

ERRA-

ERRATA.

Pag. 18. lin. 22. lege A 135, per B 24.
22 5 lege. tum hæ diſtantiæ.
32 4 dele 1.
33 14 lege. contra quàm.
36 1 lege, ſubtrahi debebit.
40 4 dele. eſt.
Ibidem in exemplo, vbi habes $\not{5}4$ lege $\not{5}\not{4}$.
41 In exemplo vbi $\not{5}\not{4}\not{2}$ lege $\not{5}\not{4}2$.
42 2 lege. continent.
Item in exemplo ſecundo vbi $\not{6}\not{9}\not{4}$ lege $\not{6}\not{9}4$.
linea vltima lege reſtituentur.
43 In exemplo vbi 12 lege $\not{1}2$.
Ibidem in exemplo vltimo vbi $\not{1}6$ lege $\not{1}\not{4}$.
44 linea vltima lege reliquum.
45 In exemplo vbi $\not{1}9\not{1}$ lege $\not{1}91$.
48 4 quem con-
Ibid. 18 aut puncto.
Ibid. 22 laminas ergo A, B, C,
Ibid. 24 colloco.
54 10 vnius philippici.
65 5 vbi $\frac{1}{2}$ lege $\frac{1}{3}$.
69 6 $935\frac{2}{6}$.
73 3 ad $\frac{4}{5}$.
Ibid. 20 plura membra.
74 19 lege. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$.
94 20 ille.
96 12 quem.

FINIS.